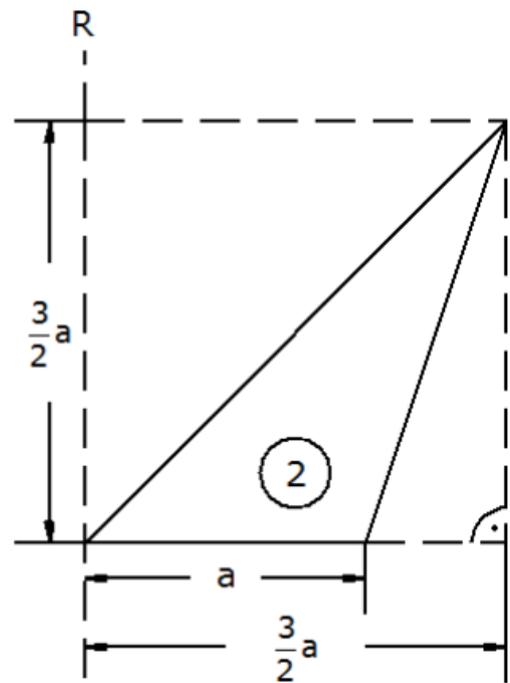
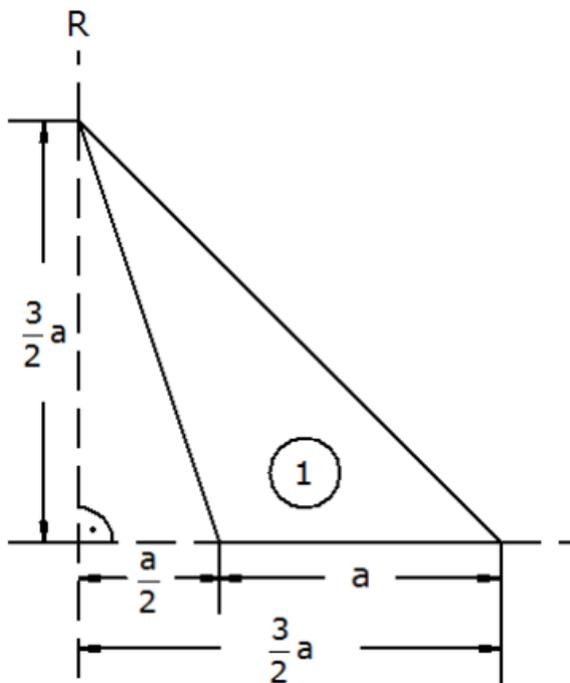


Aufgabe 1977 8b:

4 P

Die Dreiecke (1) und (2) erzeugen durch Rotation um die gegebenen Achsen bestimmte Rotationskörper.



Leite für die Volumina der Drehkörper (1) und (2) Formeln in Abhängigkeit von der Variablen a ab und bestimme das Verhältnis, in welchem diese Volumina beider Körper zueinander stehen.

Strategie 1977 8b:

Gegeben:

a

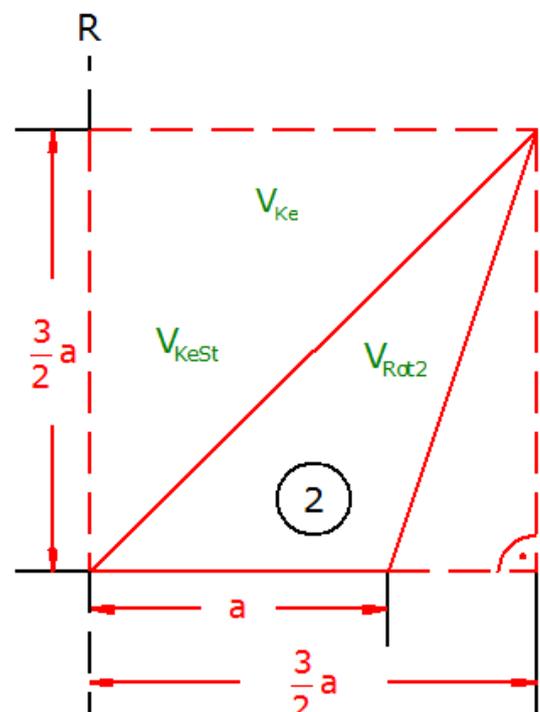
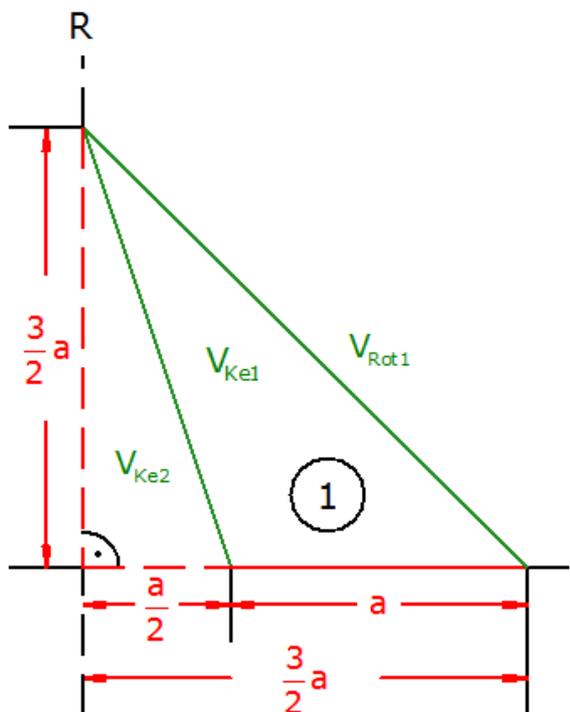
Gesucht:

V_{Rot1}

V_{Rot2}

$V_{\text{Rot1}} : V_{\text{Rot2}}$

Skizze:



Lösung 1977 8b:

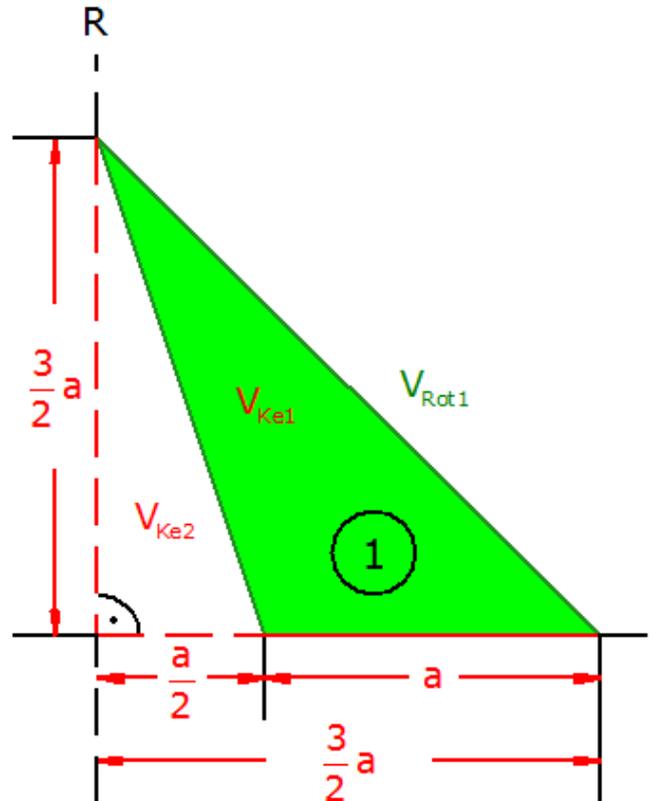
3. Berechnung des Rotationskörpervolumens V_{Rot1} :

$$V_{\text{Rot1}} = V_{\text{Ke1}} - V_{\text{Ke2}}$$

$$V_{\text{Rot1}} = \frac{9}{8} \cdot \pi \cdot a^3 - \frac{1}{8} \cdot \pi \cdot a^3$$

$$V_{\text{Rot1}} = \frac{8}{8} \cdot \pi \cdot a^3$$

$$\underline{\underline{V_{\text{Rot1}} = \pi \cdot a^3 \text{ VE}}}$$



4. Berechnung des Kegelstumpfvolumens V_{KeSt} :

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h_{\text{KeSt}} \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$$

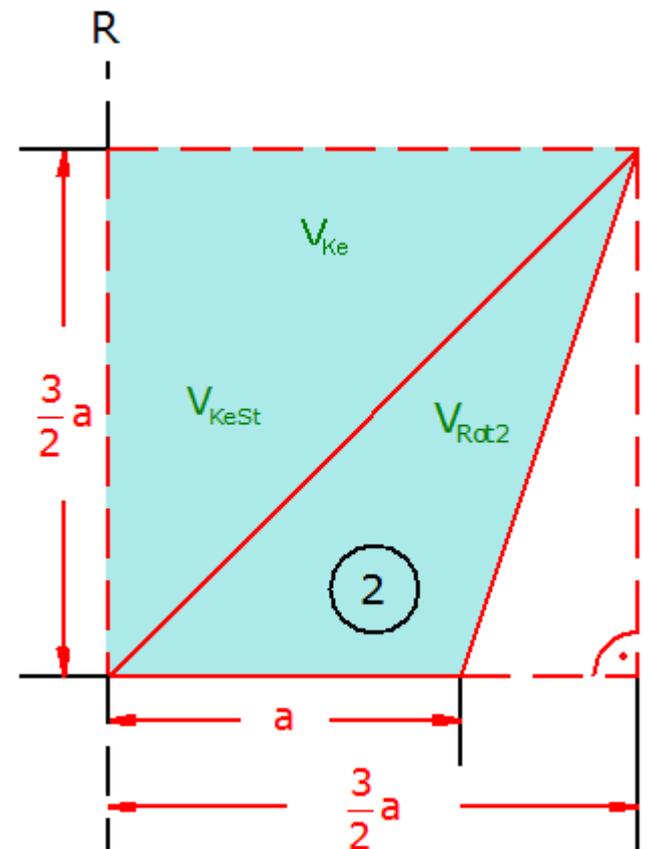
$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{3}{2} a \cdot \left(\left(\frac{3}{2} a \right)^2 + \frac{3}{2} a \cdot a + a^2 \right)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{3}{2} a \cdot \left(\frac{9}{4} a^2 + \frac{3}{2} a^2 + a^2 \right)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{3}{2} a \cdot \left(\frac{9}{4} a^2 + \frac{6}{4} a^2 + \frac{4}{4} a^2 \right)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{3}{2} a \cdot \frac{19}{4} a^2$$

$$\underline{\underline{V_{\text{KeSt}} = \frac{19}{8} \cdot \pi \cdot a^3}}$$



Lösung 1977 8b:

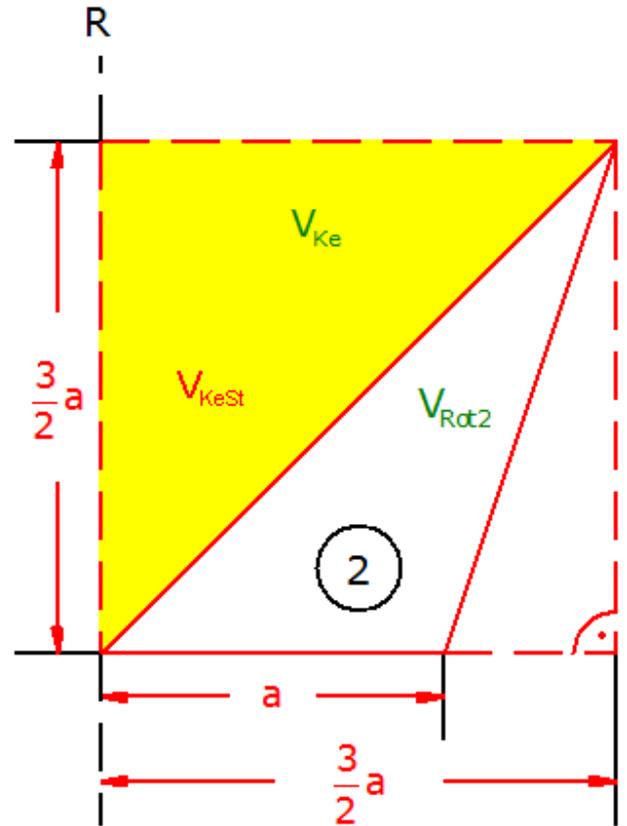
5. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke} :

$$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot h_{Ke}$$

$$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{3}{2}a\right)^2 \cdot \frac{3}{2}a$$

$$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{9}{4}a^2 \cdot \frac{3}{2}a$$

$$V_{Ke} = \frac{9}{8} \cdot \pi \cdot a^3$$

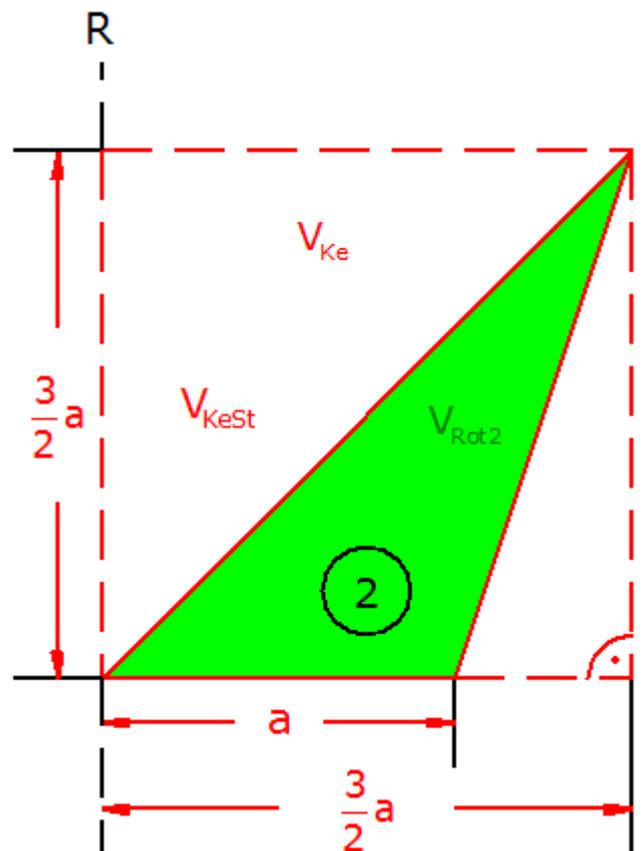


6. Berechnung des Rotationskörpervolumens V_{Rot2} :

$$V_{Rot2} = V_{KeSt} - V_{Ke}$$

$$V_{Rot2} = \frac{19}{8} \cdot \pi \cdot a^3 - \frac{9}{8} \cdot \pi \cdot a^3$$

$$V_{Rot2} = \frac{5}{4} \cdot \pi \cdot a^3 \text{ VE}$$



Lösung 1977 8b:

7. Berechnung des Volumenverhältnisses $V_{\text{Rot1}} : V_{\text{Rot2}}$:

$$V_{\text{Rot1}} : V_{\text{Rot2}} = \pi \cdot a^3 : \frac{5}{4} \cdot \pi \cdot a^3$$

$$V_{\text{Rot1}} : V_{\text{Rot2}} = \frac{4}{4} \cdot \pi \cdot a^3 : \frac{5}{4} \cdot \pi \cdot a^3$$

$$V_{\text{Rot1}} : V_{\text{Rot2}} = \frac{4}{4} : \frac{5}{4}$$

$$V_{\text{Rot1}} : V_{\text{Rot2}} = \frac{1}{4} \cdot 4 : \frac{1}{4} \cdot 5$$

$$\underline{\underline{V_{\text{Rot1}} : V_{\text{Rot2}} = 4 : 5}}$$