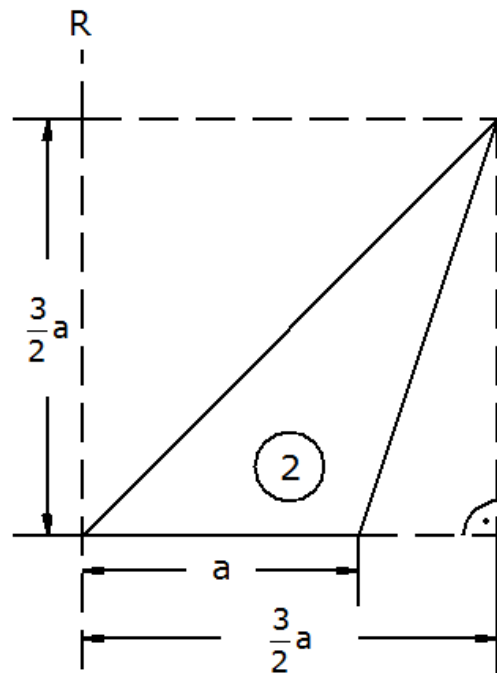
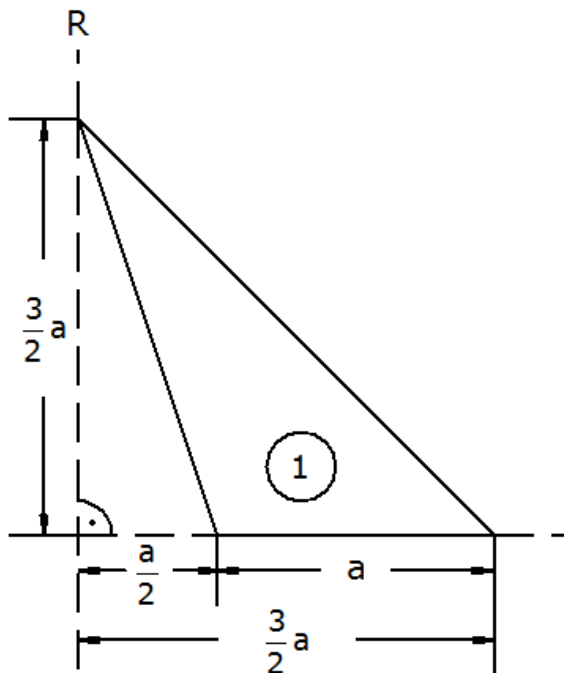


Aufgabe 1977 8a:

4 P

Die Dreiecke (1) und (2) erzeugen durch Rotation um die gegebenen Achsen bestimmte Rotationskörper.



Berechne für $a = 4 \text{ cm}$ die Oberfläche und das Volumen des Drehkörpers (2).

Strategie 1977 8a:

Gegeben:

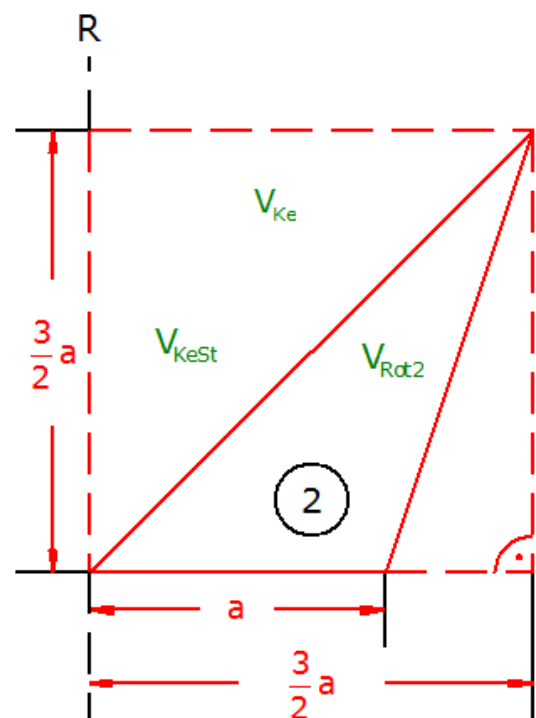
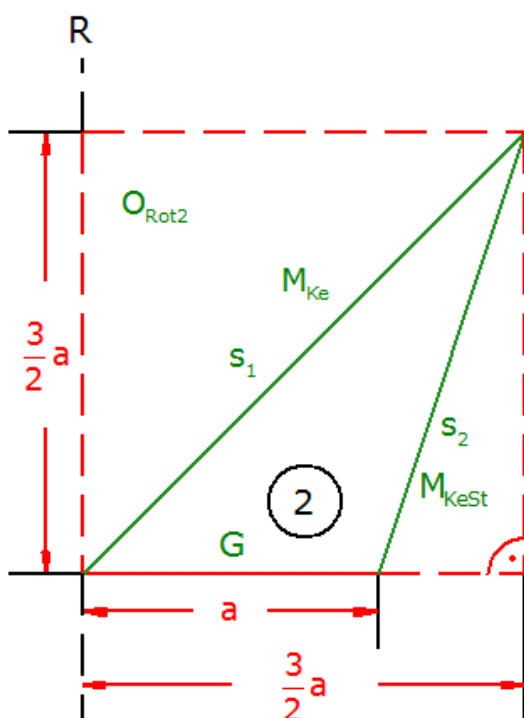
$a = 4 \text{ cm}$

Gesucht:

O_{Rot2}

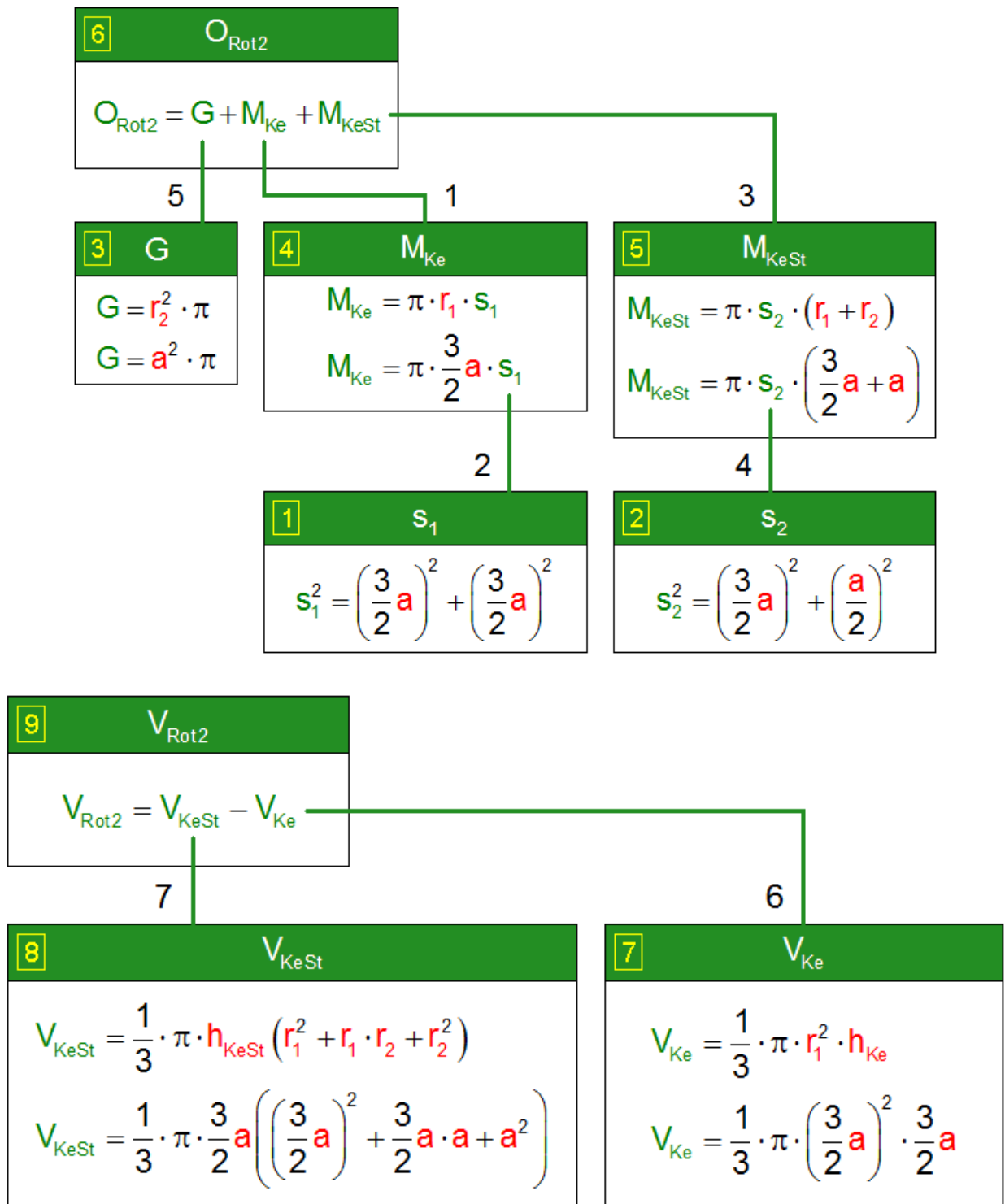
V_{Rot2}

Skizze:



Strategie 1977 8a:

Struktogramm:



Lösung 1977 8a:

1. Berechnung der Kegelseitenkante s_1 :

$$s_1^2 = \left(\frac{3}{2}a\right)^2 + \left(\frac{3}{2}a\right)^2$$

Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck

$$s_1^2 = \left(\frac{3}{2} \cdot 4\right)^2 + \left(\frac{3}{2} \cdot 4\right)^2$$

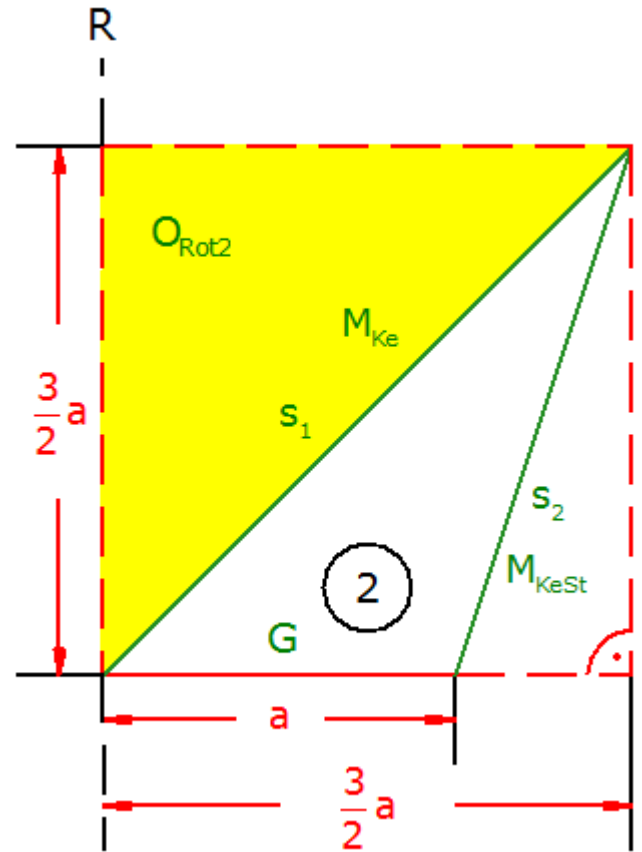
$$s_1^2 = 6^2 + 6^2$$

$$s_1^2 = 36 + 36$$

$$s_1^2 = 72$$

$\sqrt{\quad}$

$$s_1 = 8,485 \text{ cm}$$



2. Berechnung der Kegelstumpseitenkante s_2 :

$$s_2^2 = \left(\frac{3}{2}a\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

Pythagoras im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

$$s_2^2 = \left(\frac{3}{2} \cdot 4\right)^2 + \left(\frac{4}{2}\right)^2$$

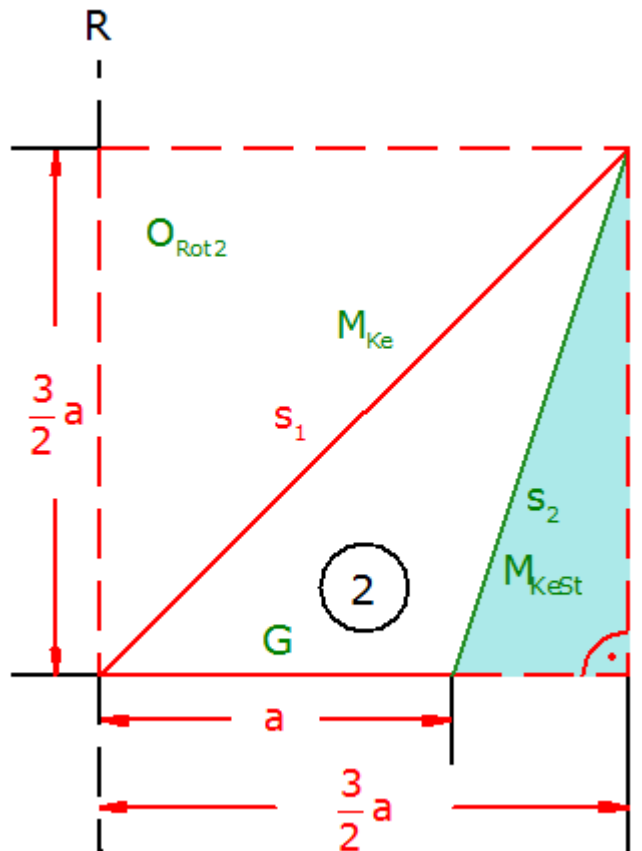
$$s_2^2 = 6^2 + 2^2$$

$$s_2^2 = 36 + 4$$

$$s_2^2 = 40$$

$\sqrt{\quad}$

$$s_2 = 6,325 \text{ cm}$$



Lösung 1977 8a:

3. Berechnung der Grundfläche G:

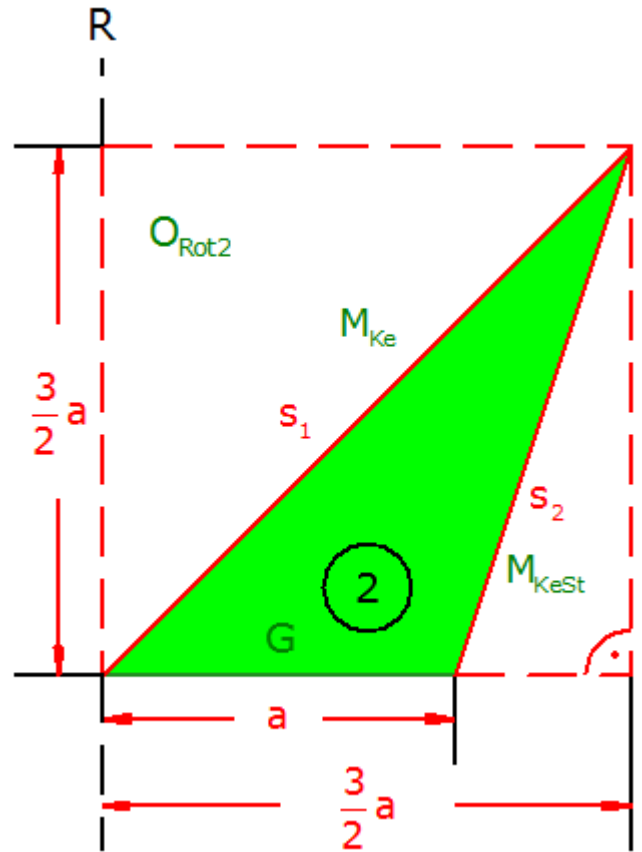
$$G = r_2^2 \cdot \pi \quad \text{Formel Kreisfläche}$$

$$G = a^2 \cdot \pi$$

$$G = 4^2 \cdot \pi$$

$$G = 16 \cdot \pi$$

$$\underline{G = 50,265 \text{ cm}^2}$$



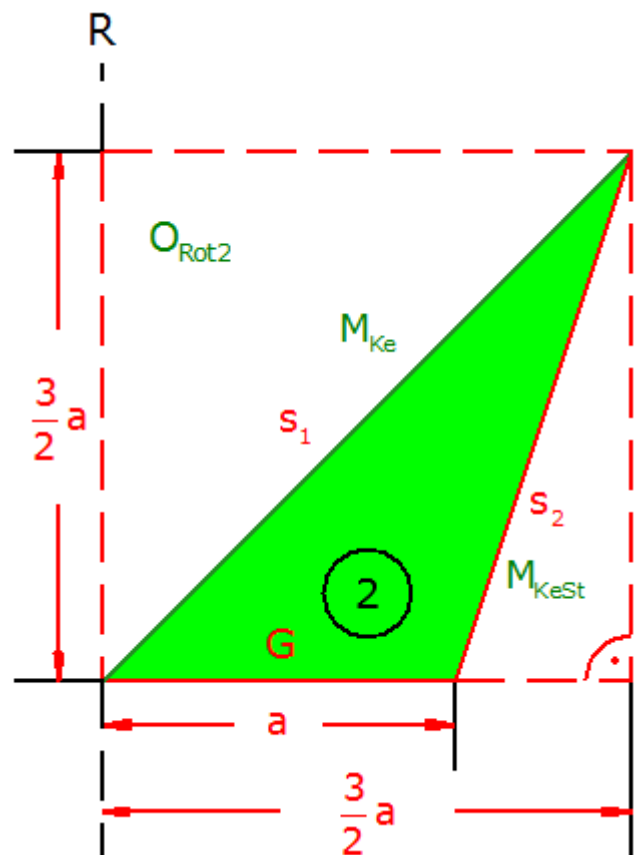
4. Berechnung des Kegelmantels M_{Ke} :

$$M_{Ke} = \pi \cdot r_1 \cdot s_1$$

$$M_{Ke} = \pi \cdot \frac{3}{2} \cdot a \cdot 8,485$$

$$M_{Ke} = \pi \cdot \frac{3}{2} \cdot 4 \cdot 8,485$$

$$\underline{M_{Ke} = 159,938 \text{ cm}^2}$$



Lösung 1977 8a:

5. Berechnung des Kegelstumpfmantels M_{KeSt} :

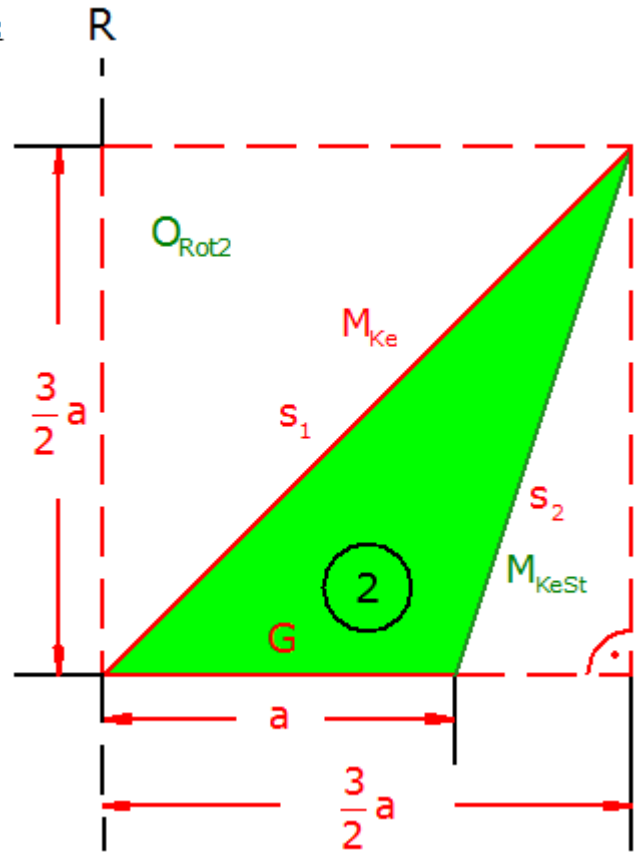
$$M_{\text{KeSt}} = \pi \cdot s_2 \cdot (r_1 + r_2)$$

$$M_{\text{KeSt}} = \pi \cdot 6,325 \cdot \left(\frac{3}{2}a + a\right)$$

$$M_{\text{KeSt}} = \pi \cdot 6,325 \cdot 2,5 \cdot a$$

$$M_{\text{KeSt}} = \pi \cdot 6,325 \cdot 2,5 \cdot 4$$

$$\underline{M_{\text{KeSt}} = 198,705 \text{ cm}^2}$$

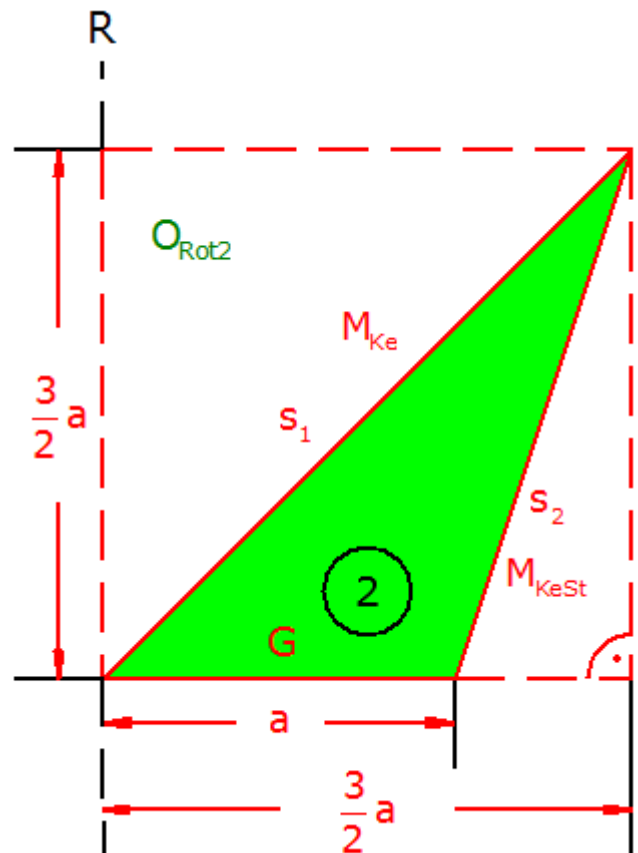


6. Berechnung der Rotationsoberfläche O_{Rot2} :

$$O_{\text{Rot2}} = G + M_{\text{Ke}} + M_{\text{KeSt}}$$

$$O_{\text{Rot2}} = 50,265 + 159,938 + 198,705$$

$$\underline{\underline{O_{\text{Rot2}} = 408,91 \text{ cm}^2}}$$



Lösung 1977 8a:

7. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke} :

$$V_{\text{Ke}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot h_{\text{Ke}}$$

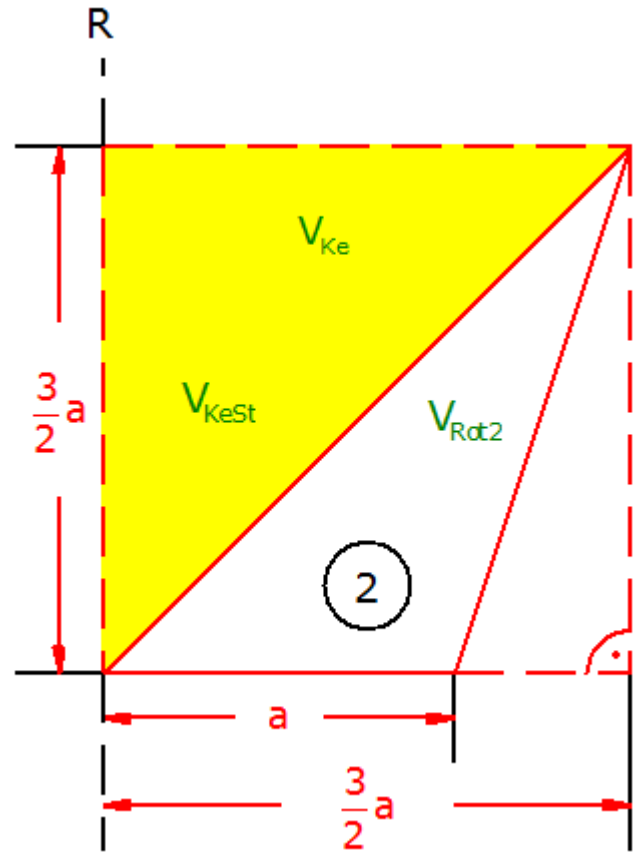
$$V_{\text{Ke}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{3}{2}a\right)^2 \cdot \frac{3}{2}a$$

$$V_{\text{Ke}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot 4\right)^2 \cdot \frac{3}{2} \cdot 4$$

$$V_{\text{Ke}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot \frac{3}{2} \cdot 4$$

$$V_{\text{Ke}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 36 \cdot \frac{3}{2} \cdot 4$$

$$\underline{V_{\text{Ke}} = 226,195 \text{ cm}^3}$$



8. Berechnung des Kegelstumpfvolumens V_{KeSt} :

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h_{\text{KeSt}} \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$$

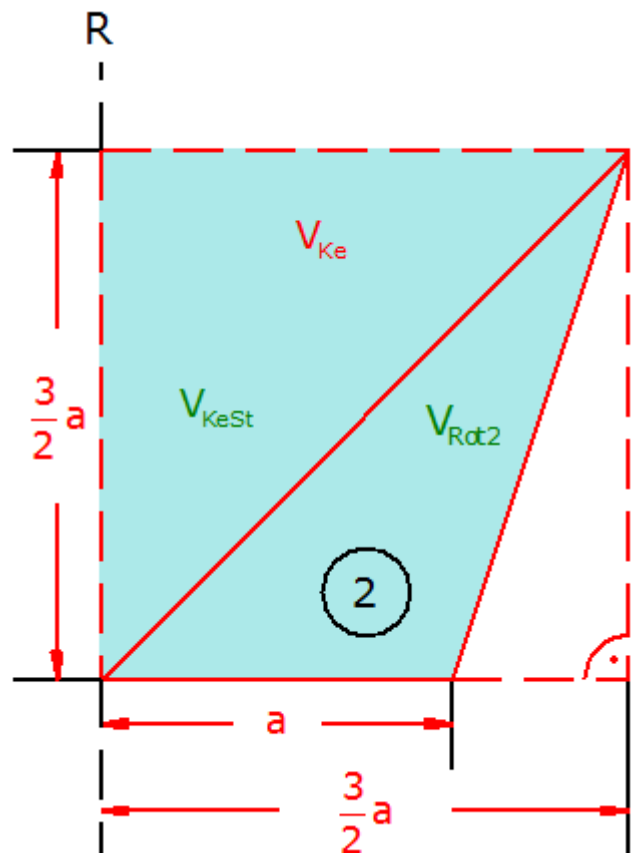
$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{3}{2}a \cdot \left(\left(\frac{3}{2}a\right)^2 + \frac{3}{2}a \cdot a + a^2 \right)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6 \cdot (6^2 + 24 + 16)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6 \cdot (36 + 24 + 16)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6 \cdot 76$$

$$\underline{V_{\text{KeSt}} = 477,522 \text{ cm}^3}$$



Lösung 1977 8a:

9. Berechnung des Rotationskörpervolumens V_{Rot2} :

$$V_{\text{Rot2}} = V_{\text{KeSt}} - V_{\text{Ke}}$$

$$V_{\text{Rot2}} = 477,522 - 226,195$$

$$\underline{\underline{V_{\text{Rot2}} = 251,327 \text{ cm}^3}}$$

