Aufgabe 1977 7c: 3 **P**

In einem rechtwinkligen Koordinatensystem (Einheit 1 cm) bilden die Punkte $A(0|0)$, $B(5|0)$, $C(3|5)$ und $D(0|8)$ die Eckpunkte eines Vierecks.
Der Punkt C wandert im ersten Quadranten auf einem Kreisbogen um A nach C', so dass die Geraden $\overline{AC'}$ und $\overline{BD}$ senkrecht aufeinander stehen.
Wie groß ist die Entfernung $\overline{C'D} = e$?

Strategie 1977 7c:

Gegeben:

$A(0|0)$

$B(5|0)$

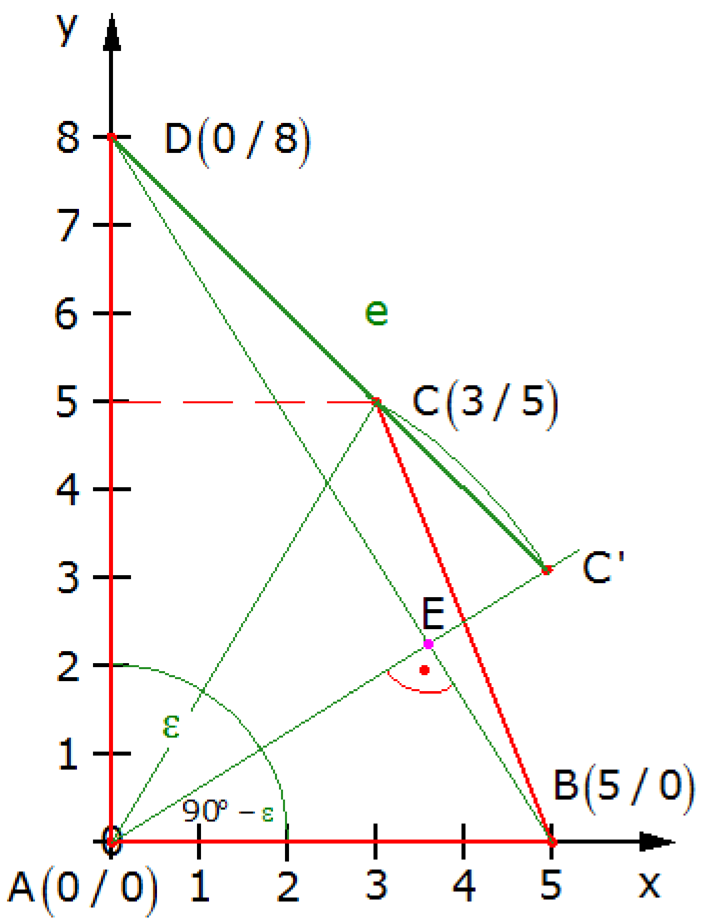
$C(3|5)$

$D(0|8)$

Gesucht:

$\overline{C'D} = e$

Skizze:



Lösung 1977 7c:

<u>1. Berechnung der Strecke $\overline{AC'}$:</u>

$\overline{AC'} = \overline{AC}$

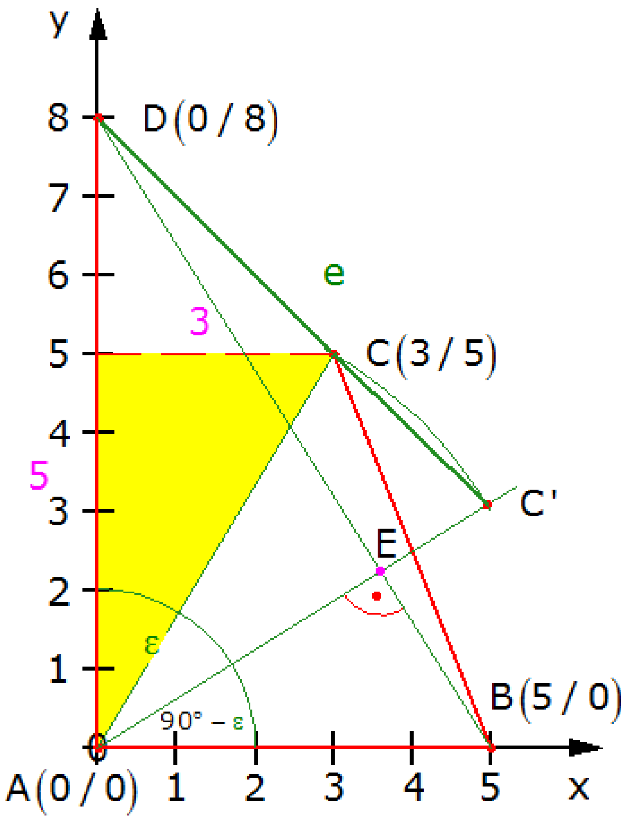
$\overline{AC}^2 = 5^2 + 3^2$ — Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck

$\overline{AC}^2 = 25 + 9$

$\overline{AC}^2 = 34 \quad | \sqrt{}$

$\underline{\overline{AC} = 5{,}831\,cm}$

$\underline{\overline{AC'} = 5{,}831\,cm}$



<u>2. Berechnung des Winkels ε:</u>

$\cos\varepsilon = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AD}}$ — Kosinusfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

$\cos\varepsilon = \frac{\overline{AE}}{8}$ — Seiten tauschen

$\frac{\overline{AE}}{8} = \cos\varepsilon \quad |\cdot 8$

$(1)\ \underline{\overline{AE} = 8\cdot\cos\varepsilon}$

$\cos(90^\circ - \varepsilon) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AB}}$ — Kosinusfunktion im rechtwinkligen grünen Teildreieck

$\cos(90^\circ - \varepsilon) = \frac{\overline{AE}}{5}$ — $\cos(90^\circ - \varepsilon) = \sin\varepsilon$

$\sin\varepsilon = \frac{\overline{AE}}{5}$ — Seiten tauschen

$\frac{\overline{AE}}{5} = \sin\varepsilon \quad |\cdot 5$

$(2)\ \underline{\overline{AE} = 5\cdot\sin\varepsilon}$

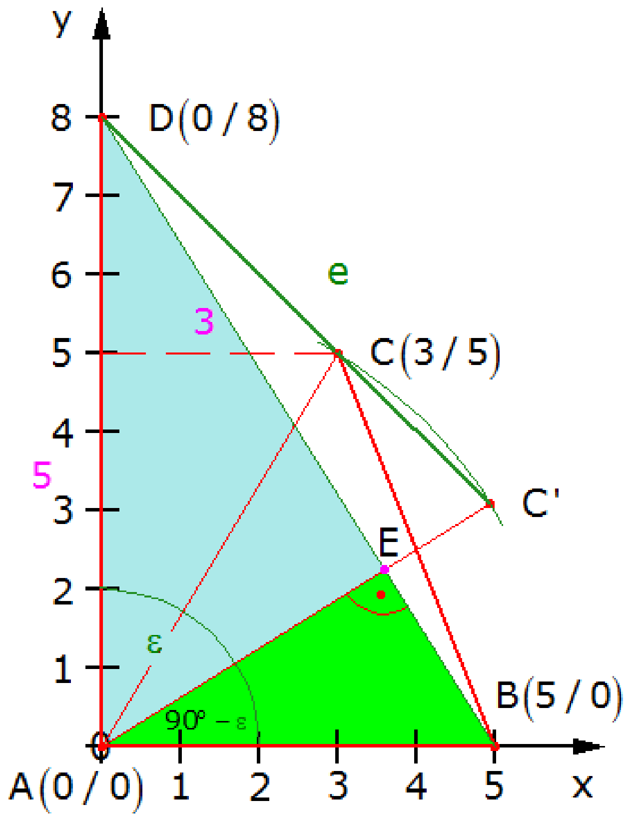
$(2) = (1): 5\cdot\sin\varepsilon = 8\cdot\cos\varepsilon \quad |:5$

$\sin\varepsilon = 1{,}6\cdot\cos\varepsilon \quad |:\cos\varepsilon$

$\frac{\sin\varepsilon}{\cos\varepsilon} = 1{,}6$ — $\frac{\sin\varepsilon}{\cos\varepsilon} = \tan\varepsilon$

$\tan\varepsilon = 1{,}6$

$\underline{\varepsilon = 58^\circ}$



Lösung 1977 7c:

3. Berechnung der Strecke $\overline{C'D} = e$:

$$e^2 = \overline{AC'}^2 + \overline{AD}^2 - 2 \cdot \overline{AC'} \cdot \overline{AD} \cdot \cos\varepsilon$$

Kosinussatz im allgemeinen hellgrauen Dreieck

$$e^2 = 5{,}831^2 + 8^2 - 2 \cdot 5{,}831 \cdot 8 \cdot \cos 58^\circ$$

$$e^2 = 34 + 64 - 2 \cdot 5{,}831 \cdot 8 \cdot 0{,}5299$$

$$e^2 = 34 + 64 - 49{,}438$$

$$e^2 = 48{,}562 \quad \Big| \sqrt{\ }$$

$$\underline{\underline{e = 6{,}969\,\text{cm}}}$$