

**Aufgabe 1977 7b:**

**4 P**

In einem rechtwinkligen Koordinatensystem (Einheit 1 cm) bilden die Punkte  $A(0|0)$ ,  $B(5|0)$ ,  $C(3|5)$  und  $D(0|8)$  die Eckpunkte eines Vierecks.

Dieses Viereck rotiert um die y-Achse.

Berechne das Volumen dieses Rotationskörpers.

Welchen Radius  $R$  hat ein Kegel von 8 cm Höhe, der dem Rotationskörper volumengleich ist?

**Strategie 1977 7b:**

**Gegeben:**

$A(0|0)$

$B(5|0)$

$C(3|5)$

$D(0|8)$

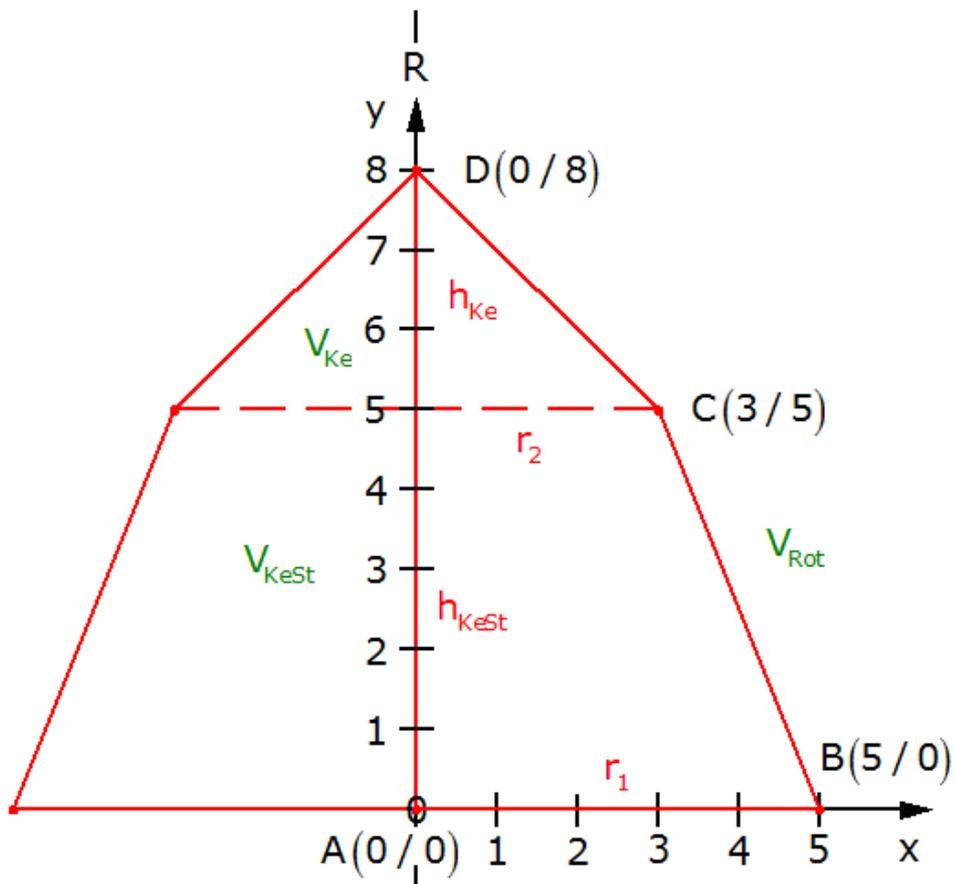
$h_{\text{Ke2}} = 8 \text{ cm}$

**Gesucht:**

$V_{\text{Rot}}$

$r_{\text{Ke2}}$

**Skizze:**



**Lösung 1977 7b:**

**1. Berechnung des Kegelstumpfvolumens  $V_{\text{KeSt}}$ :**

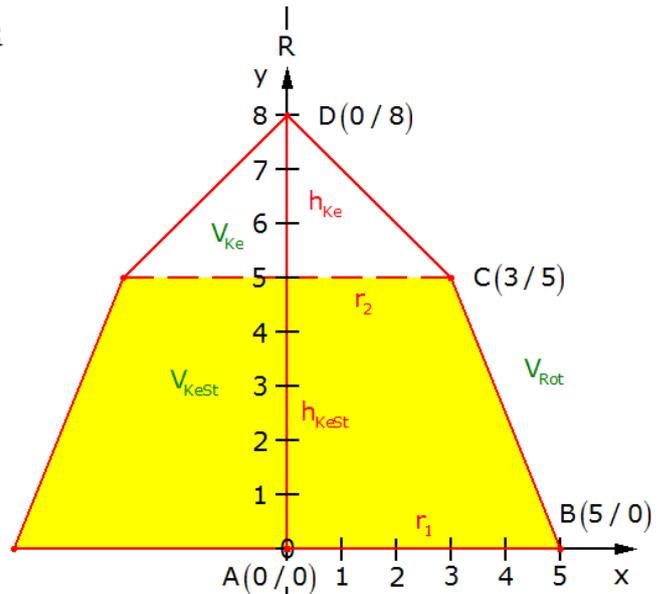
$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h_{\text{KeSt}} \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5 \cdot (5^2 + 5 \cdot 3 + 3^2)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5 \cdot (25 + 15 + 9)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5 \cdot 49$$

$$\underline{V_{\text{KeSt}} = 256,563 \text{ cm}^3}$$



**2. Berechnung des Kegelvolumens  $V_{\text{Ke}}$ :**

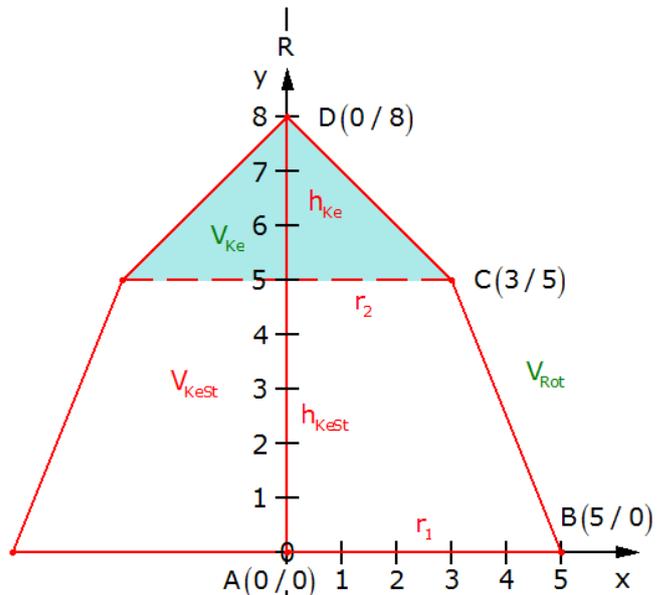
$$V_{\text{Ke}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_2^2 \cdot h_{\text{Ke}}$$

$$V_{\text{Ke}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 3$$

$$V_{\text{Ke}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9 \cdot 3$$

$$V_{\text{Ke}} = \pi \cdot 9$$

$$\underline{V_{\text{Ke}} = 28,274 \text{ cm}^3}$$

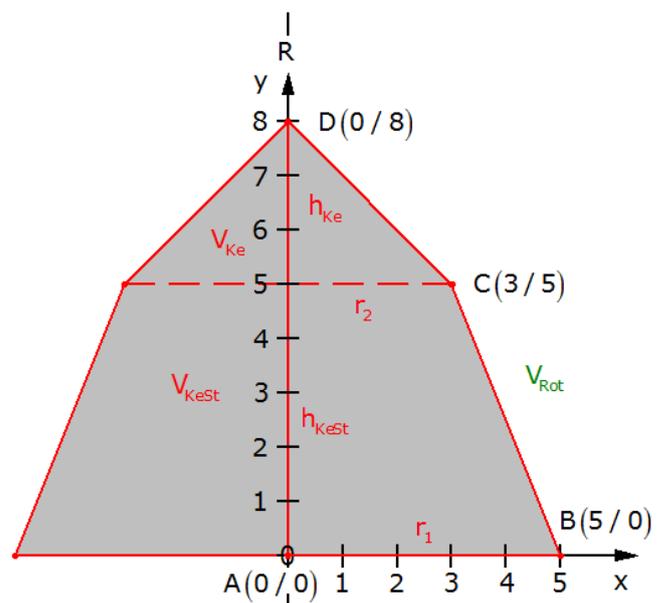


**3. Berechnung des Rotationskörpervolumens  $V_{\text{Rot}}$ :**

$$V_{\text{Rot}} = V_{\text{KeSt}} + V_{\text{Ke}}$$

$$V_{\text{Rot}} = 256,563 + 28,274$$

$$\underline{V_{\text{Rot}} = 284,837 \text{ cm}^3}$$



**Lösung 1977 7b:**

**4. Berechnung des Kegelradius  $r_{\text{Ke2}}$ :**

$$V_{\text{Ke2}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_{\text{Ke2}}^2 \cdot h_{\text{Ke2}}$$

$$V_{\text{Ke2}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_{\text{Ke2}}^2 \cdot 8 \quad h_{\text{Ke2}} = 8 \text{ cm}$$

$$284,837 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_{\text{Ke2}}^2 \cdot 8 \quad V_{\text{Ke2}} = V_{\text{Rot}} = 284,837 \text{ cm}^3$$

$$284,837 = 8,3776 \cdot r_{\text{Ke2}}^2 \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$8,3776 \cdot r_{\text{Ke2}}^2 = 284,837 : 8,3776$$

$$r_{\text{Ke2}}^2 = 34 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\underline{\underline{r_{\text{Ke2}} = 5,831 \text{ cm}}}$$