

Aufgabe 1977 7a:

4 P

In einem rechtwinkligen Koordinatensystem (Einheit 1 cm) bilden die Punkte $A(0|0)$, $B(5|0)$, $C(3|5)$ und $D(0|8)$ die Eckpunkte eines Vierecks. Wie groß sind die Seitenlängen a , b , c und d , die Innenwinkel α , β , γ und δ sowie der Flächeninhalt dieses Vierecks?

Strategie 1977 7a:

Gegeben:

$A(0|0)$

$B(5|0)$

$C(3|5)$

$D(0|8)$

Gesucht:

a

b

c

d

α

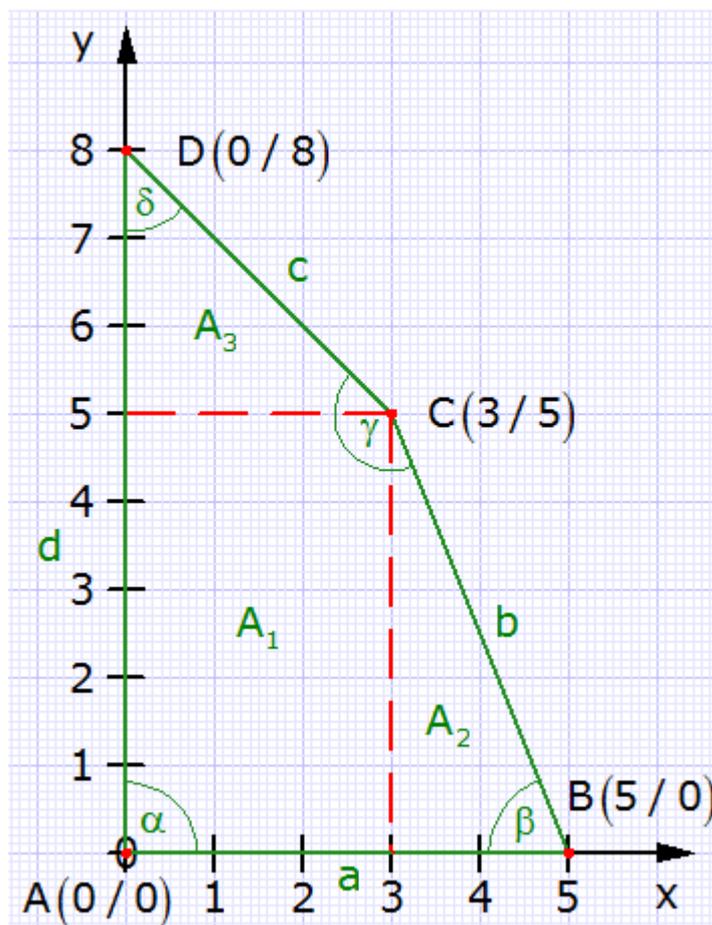
β

γ

δ

A_{ges}

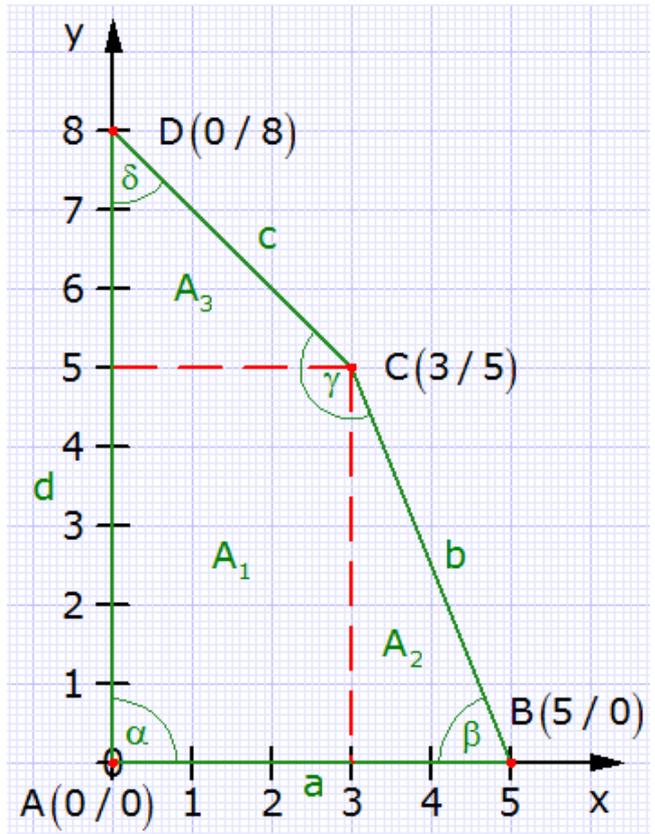
Skizze:



Lösung 1977 7a:

1. Bestimmung der Seite a:

$a = 5 \text{ cm}$

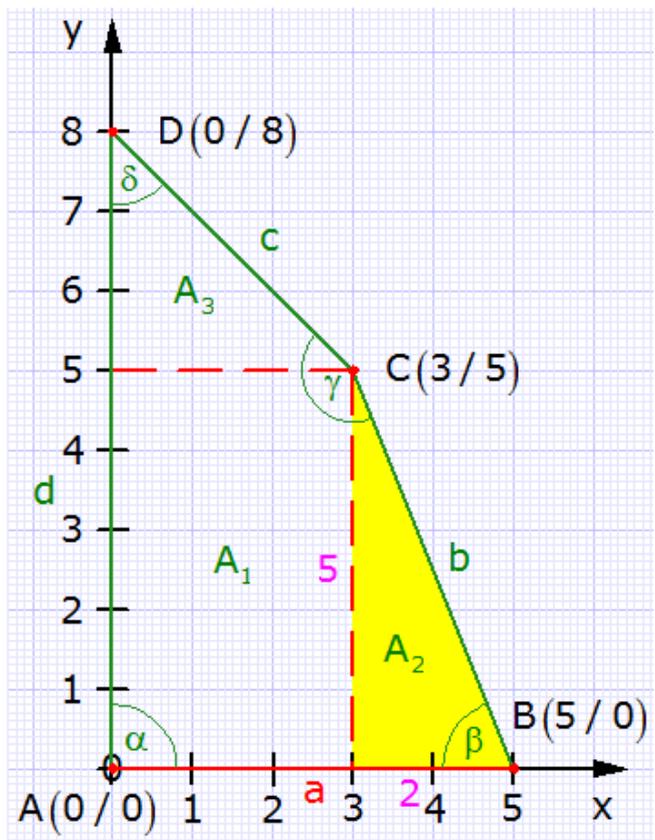


2. Berechnung der Seite b:

$b^2 = 2^2 + 5^2$ Pythagoras im
gelben rechtwinkligen
Teildreieck

$b^2 = 29$ $\sqrt{\quad}$

$b = 5,385 \text{ cm}$



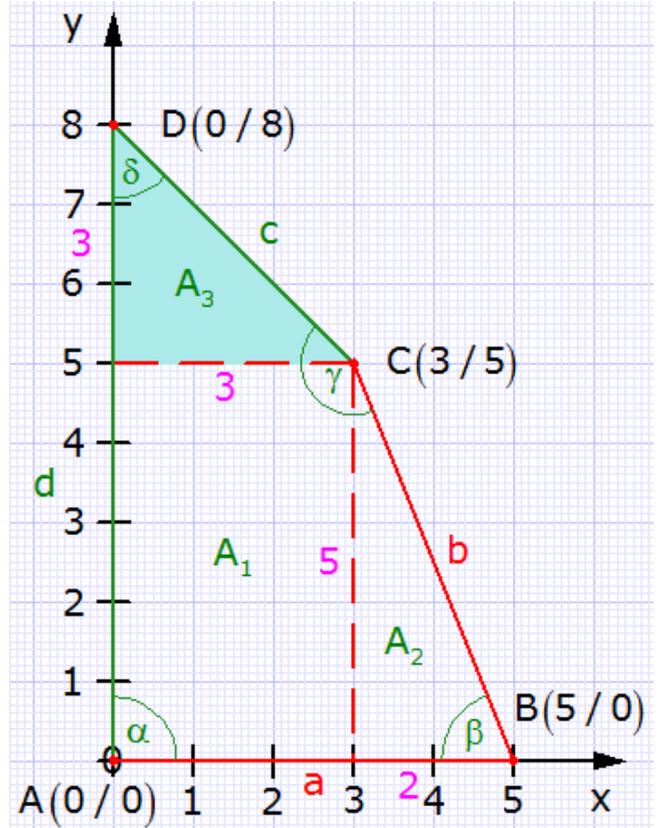
Lösung 1977 7a:

3. Berechnung der Seite c:

$c^2 = 3^2 + 3^2$ Pythagoras im
 $c^2 = 9 + 9$ rechtwinkligen
hellblauen
Teildreieck

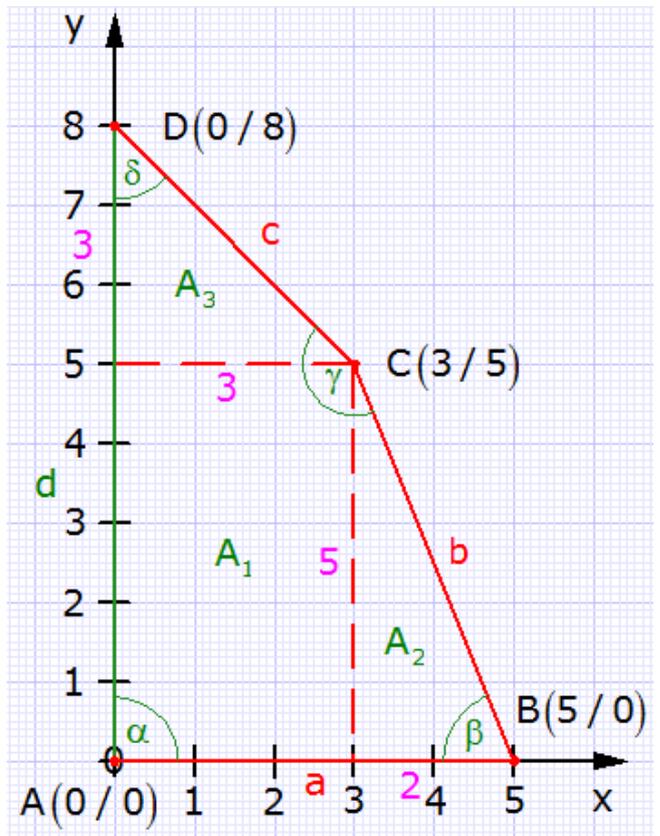
$c^2 = 18$ $\sqrt{\quad}$

$c = 4,243 \text{ cm}$



4. Bestimmung der Seite d:

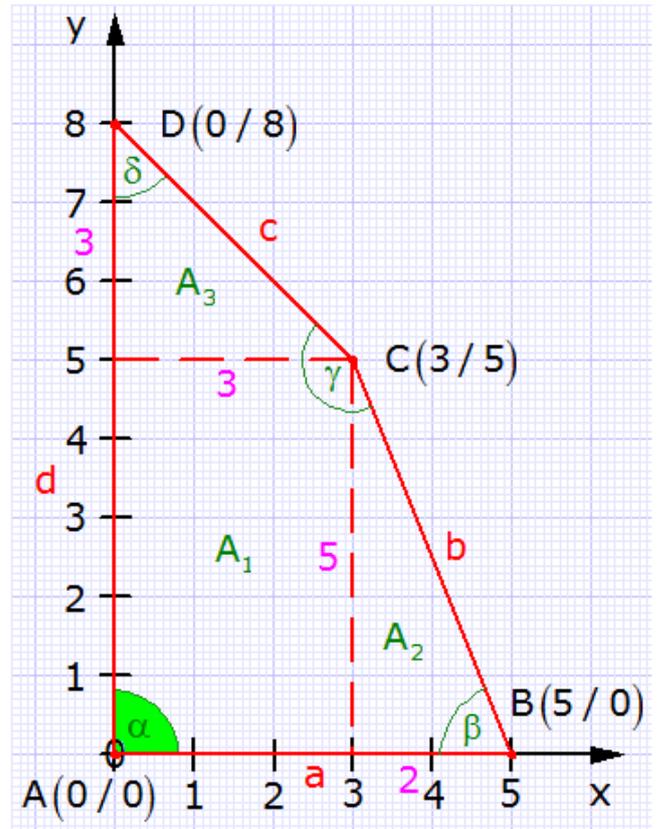
$d = 8 \text{ cm}$



Lösung 1977 7a:

5. Bestimmung des Winkels α :

$\alpha = 90^\circ$

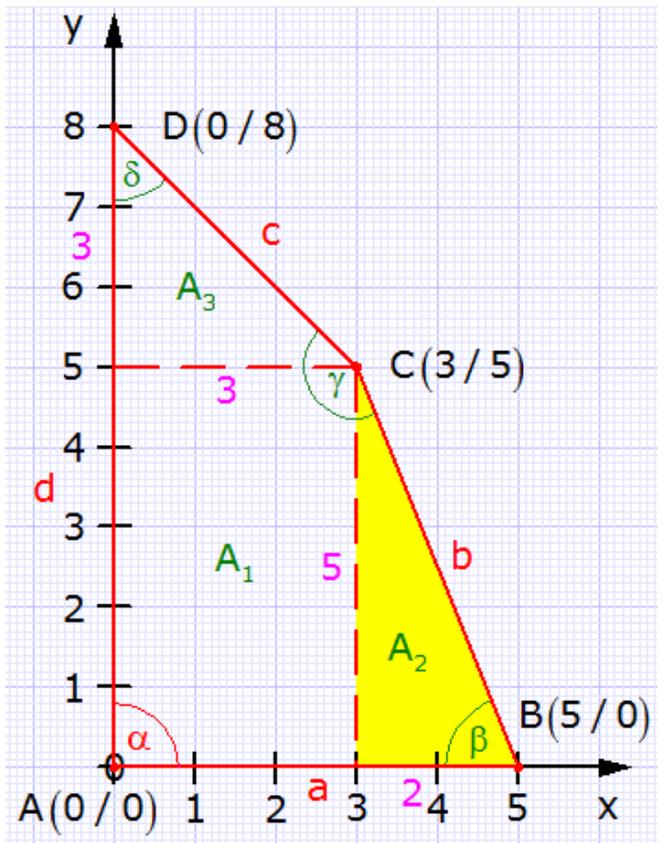


6. Berechnung des Winkels β :

$\tan \beta = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{5}{2}$ Tangensfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck

$\tan \beta = 2,5$

$\beta = 68,2^\circ$



Lösung 1977 7a:

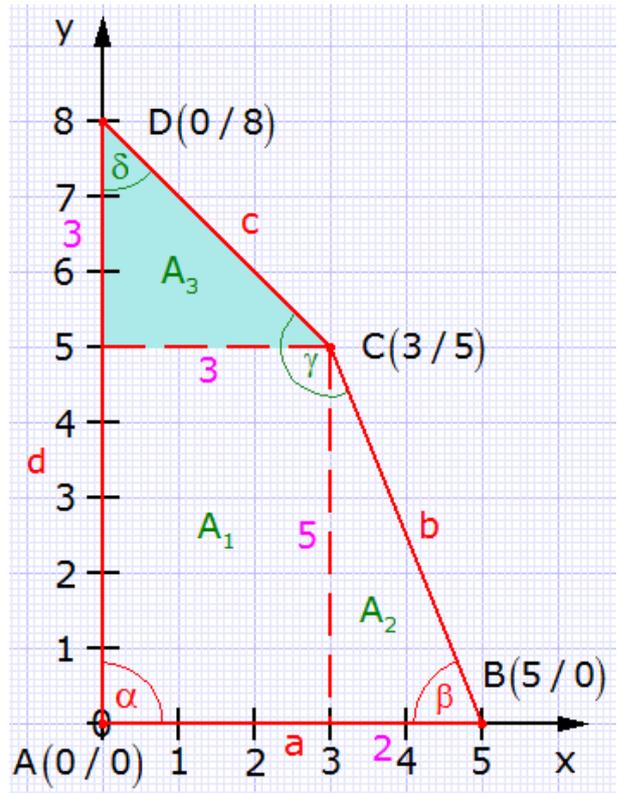
7. Berechnung des Winkels δ :

$$\tan \delta = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{3}{3}$$

Tangensfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

$$\tan \delta = 1$$

$$\underline{\underline{\delta = 45^\circ}}$$



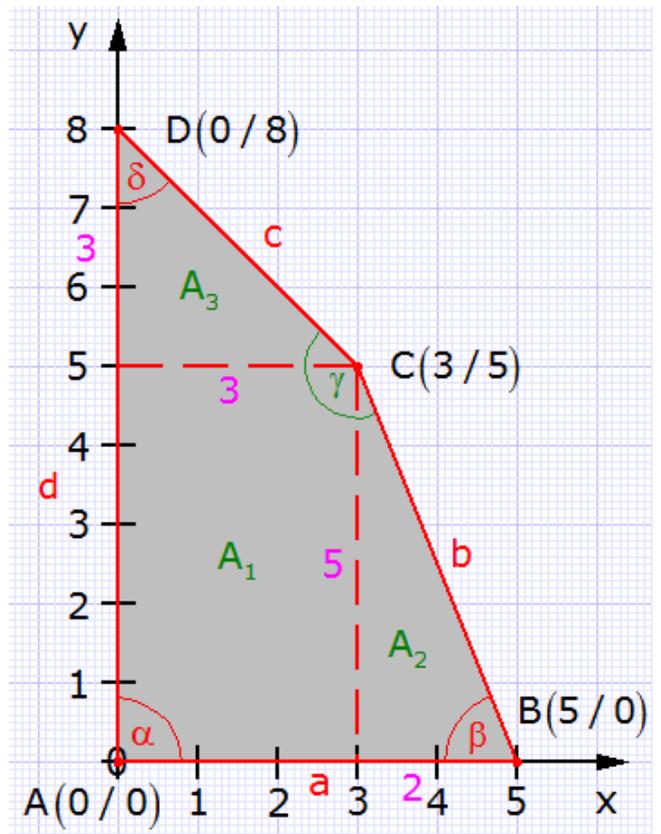
8. Berechnung des Winkels γ :

$$\gamma = 360^\circ - \alpha - \beta - \delta$$

Winkelsumme im hellgrauen Viereck

$$\gamma = 360^\circ - 90^\circ - 68,2^\circ - 45^\circ$$

$$\underline{\underline{\gamma = 156,8^\circ}}$$

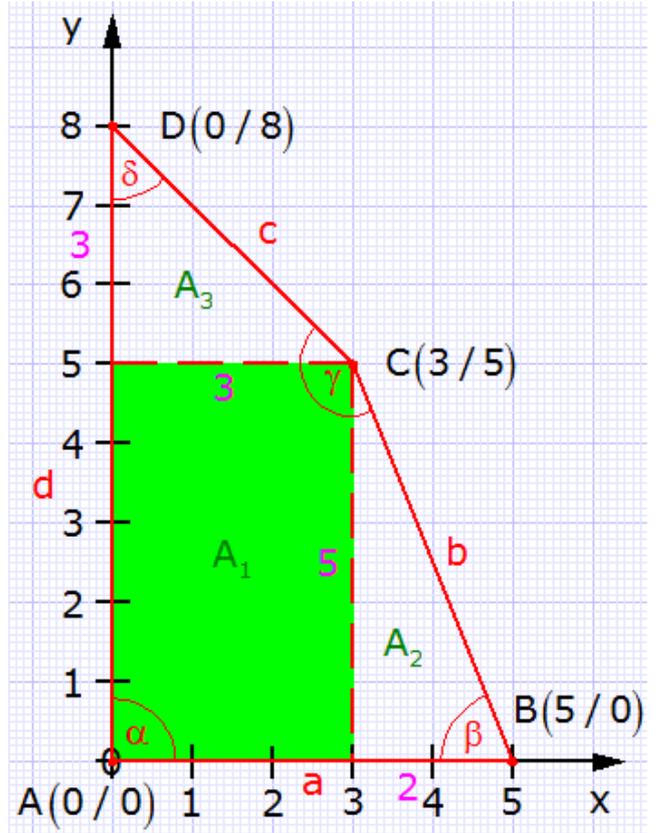


Lösung 1977 7a:

9. Berechnung der Rechteckfläche A_1 :

$$A_1 = 3 \cdot 5$$

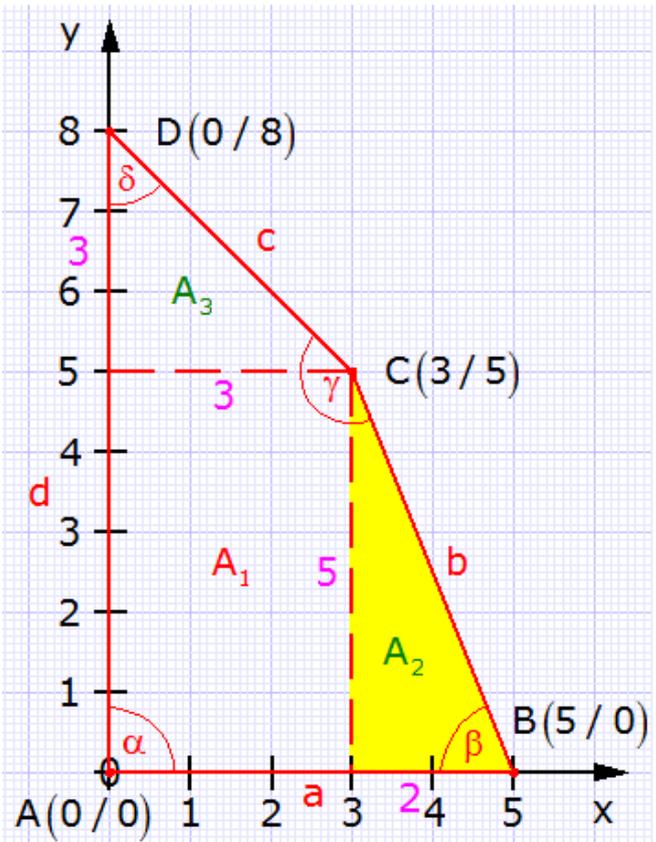
$$\underline{A_1 = 15 \text{ cm}^2}$$



10. Berechnung der Dreiecksfläche A_2 :

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2$$

$$\underline{A_2 = 5 \text{ cm}^2}$$

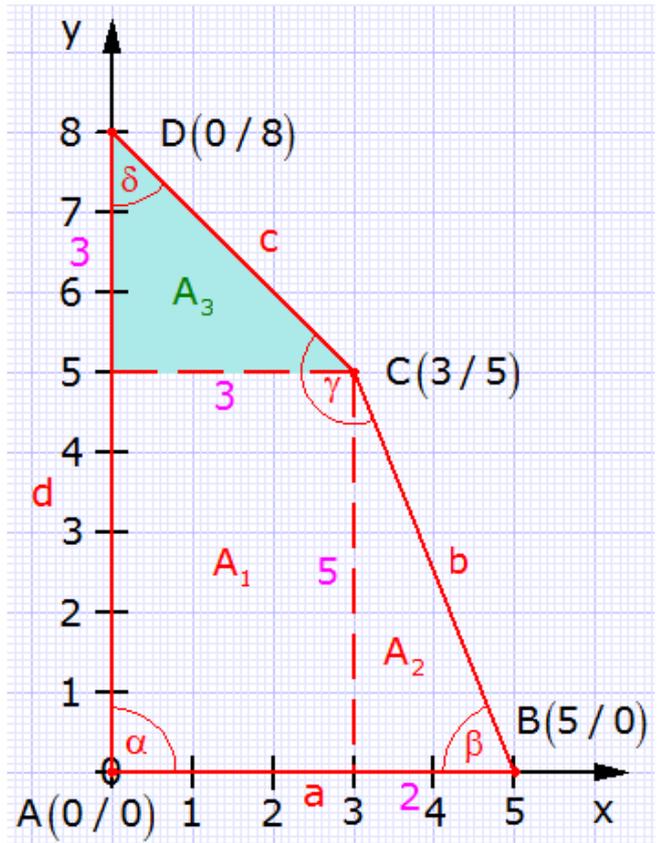


Lösung 1977 7a:

11. Berechnung der Dreiecksfläche A_3 :

$$A_3 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3$$

$$A_3 = 4,5 \text{ cm}^2$$



12. Berechnung der Gesamtfläche A_{ges} :

$$A_{\text{ges}} = A_1 + A_2 + A_3$$

$$A_{\text{ges}} = 15 + 5 + 4,5$$

$$A_{\text{ges}} = 24,5 \text{ cm}^2$$

