

**Aufgabe 1977 6c:**

**3 P**

Bei einer quadratischen Pyramide wurde die Höhe so gewählt, dass beim Achsenschnitt parallel zu einer Grundkante ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge  $a = 9\text{ cm}$  entsteht. Dieser Pyramide wird eine Kugel einbeschrieben. Im Abstand des Kugeldurchmessers wird parallel zur Grundfläche ein Schnitt so geführt, dass diese Pyramide in einen Pyramidenstumpf und die zugehörige Ergänzungspyramide geteilt wird. Ermittle den Flächeninhalt der Schnittfläche und das Volumen des Pyramidenstumpfes.

**Strategie 1977 6c:**

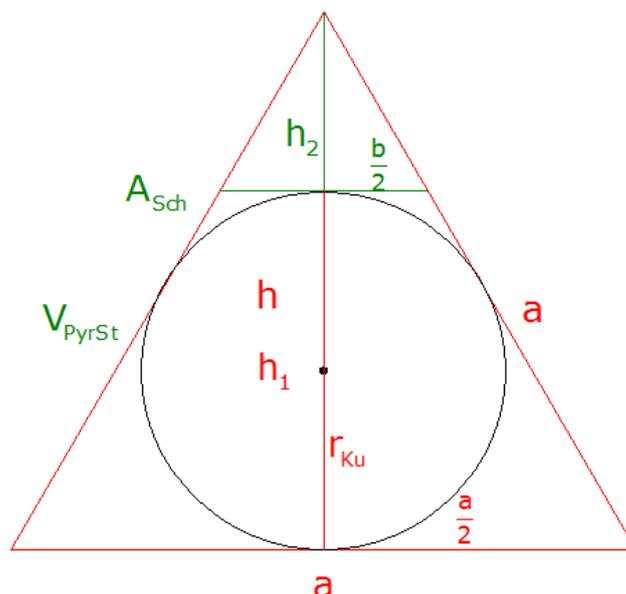
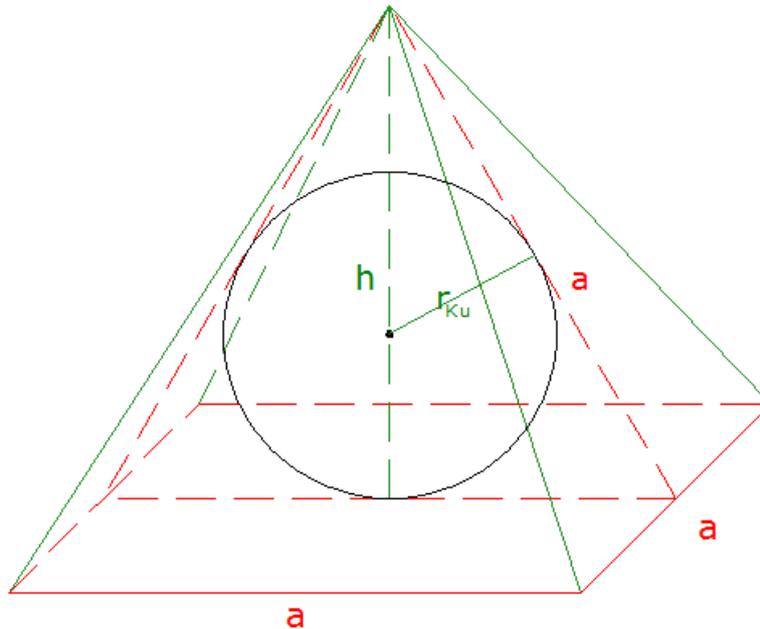
**Gegeben:**

Quadratische Pyramide  
 $a = 9\text{ cm}$

**Gesucht:**

$A_{\text{Sch}}$   
 $V_{\text{PyrSt}}$

**Skizze:**



### Lösung 1977 6c:

#### 1. Berechnung der Ergänzungspyramidenhöhe $h_2$ :

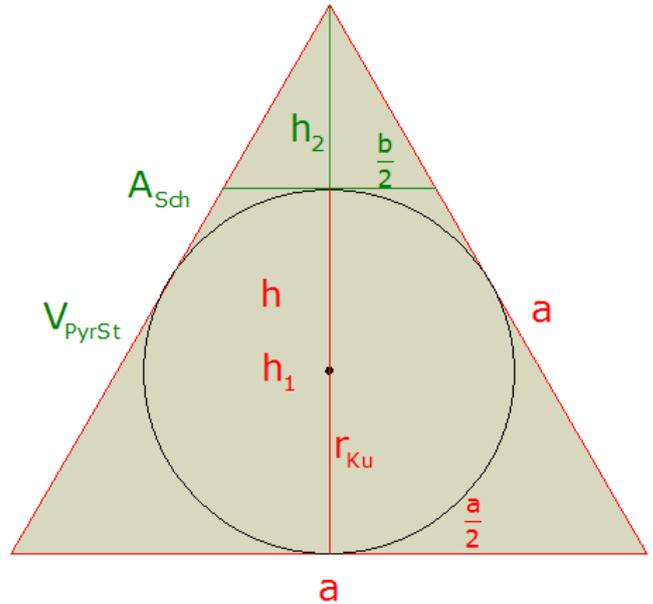
$$h_2 = h - h_1 \quad h = 7,794 \text{ cm} \quad \text{siehe 6a)}$$

$$h_2 = h - 2 \cdot r_{Ku} \quad r_{Ku} = 2,598 \text{ cm} \quad \text{siehe 6b)}$$

$$h_2 = 7,794 - 2 \cdot 2,598$$

$$h_2 = 7,794 - 5,196$$

$$\underline{h_2 = 2,5982 \text{ cm}}$$



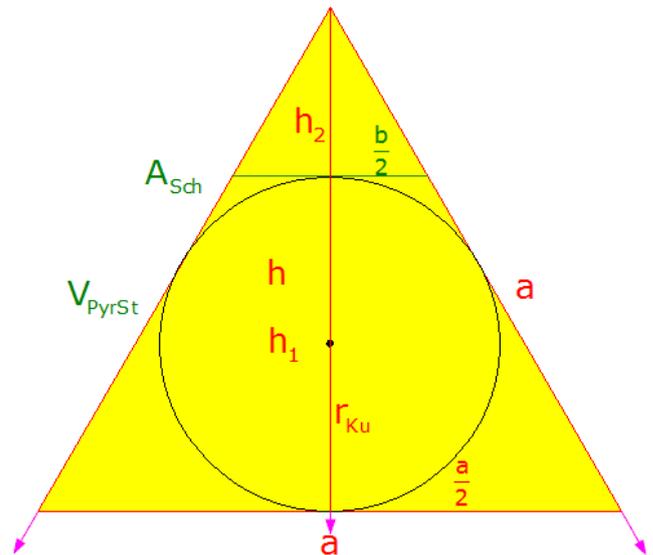
#### 2. Berechnung der Schnittflächenkante $b$ :

$$\frac{b}{a} = \frac{h_2}{h} \quad \text{2. Strahlensatz}$$

$$\frac{b}{9} = \frac{2,5982}{7,794}$$

$$\frac{b}{9} = 0,33336 \quad | \cdot 9$$

$$\underline{b = 3 \text{ cm}}$$

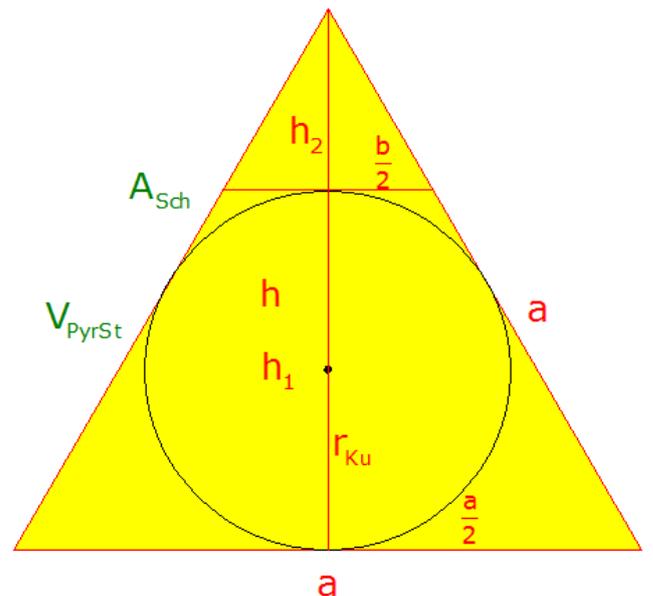


#### 3. Berechnung der Schnittfläche $A_{Sch}$ :

$$A_{Sch} = b^2$$

$$A_{Sch} = 3^2$$

$$\underline{\underline{A_{Sch} = 9 \text{ cm}^2}}$$



### Lösung 1977 6c:

#### 4. Berechnung des Pyramidenstumpfvolumens $V_{\text{PyrSt}}$ :

$$V_{\text{PyrSt}} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot (a_1^2 + a_1 \cdot a_2 + a_2^2)$$

$$V_{\text{PyrSt}} = \frac{1}{3} \cdot h_1 \cdot (a^2 + a \cdot b + b^2)$$

$$V_{\text{PyrSt}} = \frac{1}{3} \cdot 5,1958 \cdot (9^2 + 9 \cdot 3 + 3^2)$$

$$V_{\text{PyrSt}} = \frac{1}{3} \cdot 5,1958 \cdot (81 + 27 + 9)$$

$$V_{\text{PyrSt}} = \frac{1}{3} \cdot 5,1958 \cdot 117$$

$$\underline{\underline{V_{\text{PyrSt}} = 202,63 \text{ cm}^3}}$$

