

Aufgabe 1977 6b:

3 P

Bei einer quadratischen Pyramide wurde die Höhe so gewählt, dass beim Achsenschnitt parallel zu einer Grundkante ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge $a = 9\text{ cm}$ entsteht.

Dieser Pyramide wird eine Kugel eingeschrieben.
Berechne das Volumen dieser Kugel.

Strategie 1977 6b:

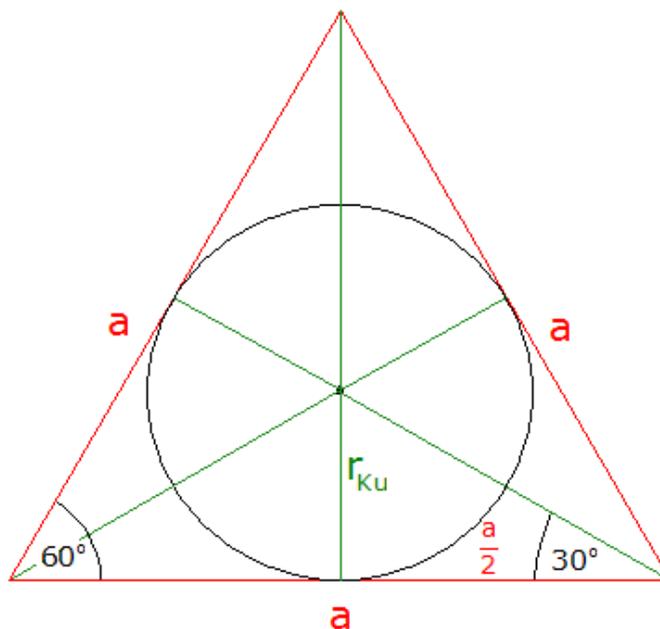
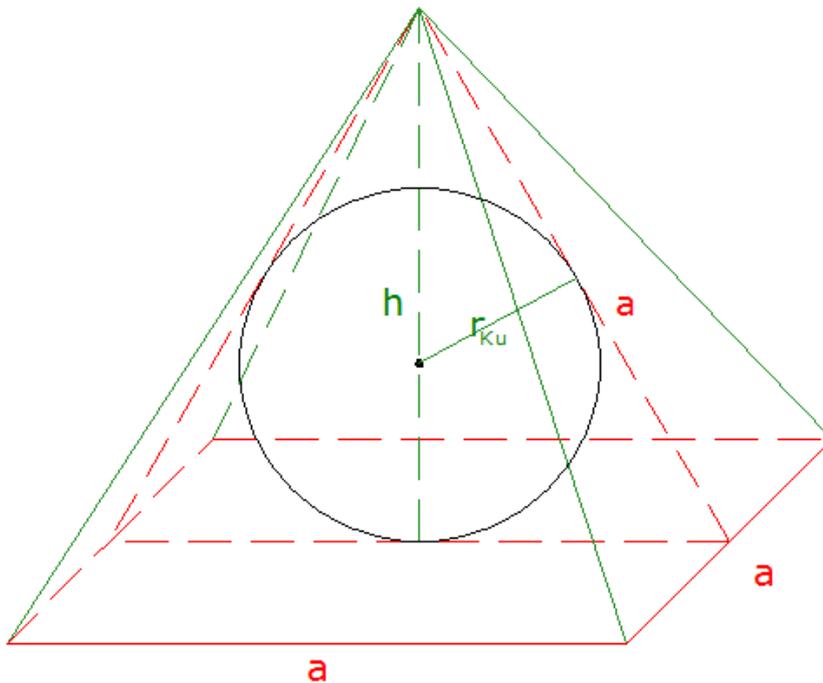
Gegeben:

Quadratische Pyramide
 $a = 9\text{ cm}$

Gesucht:

V_{Ku}

Skizze:



Lösung 1977 6b:

1. Berechnung des Kugelradius r_{Ku} :

$$\tan 30^\circ = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{r_{Ku}}{\frac{a}{2}}$$

Tangensfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck

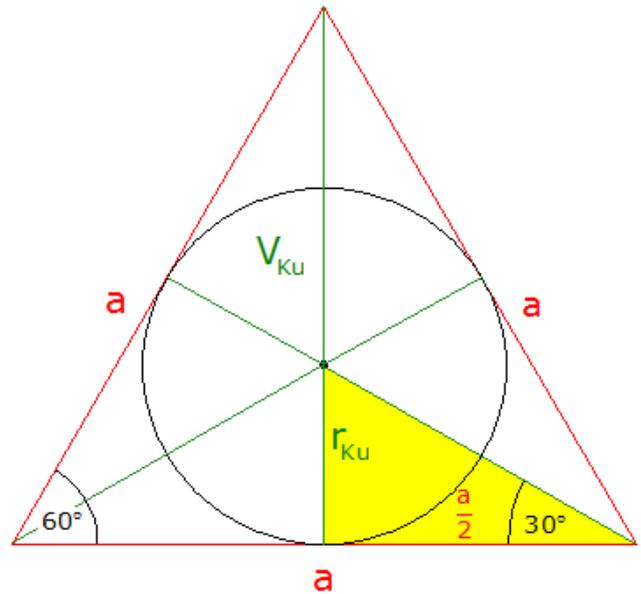
$$\frac{1}{3}\sqrt{3} = \frac{r_{Ku}}{\frac{a}{2}} \quad \tan 30^\circ = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{3}\sqrt{3} = \frac{r_{Ku}}{4,5} \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$\frac{r_{Ku}}{4,5} = \frac{1}{3}\sqrt{3} \quad | \cdot 4,5$$

$$r_{Ku} = 4,5 \cdot \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3}$$

$$r_{Ku} = 2,598 \text{ cm}$$



2. Berechnung des Kugelvolumens V_{Ku} :

$$V_{Ku} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_{Ku}^3$$

$$V_{Ku} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 2,598^3$$

$$V_{Ku} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 17,535$$

$$\underline{\underline{V_{Ku} = 73,452 \text{ cm}^3}}$$

