Aufgabe 1977 6a: **3 P**

Bei einer quadratischen Pyramide wurde die Höhe so gewählt, dass beim Achsenschnitt parallel zu einer Grundkante ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge $a = 9\,\text{cm}$ entsteht. Wie groß sind die Oberfläche, das Volumen und die Länge s_k einer Seitenkante dieser Pyramide?

Strategie 1977 6a:

Gegeben:

Quadratische Pyramide

$a = 9\,\text{cm}$

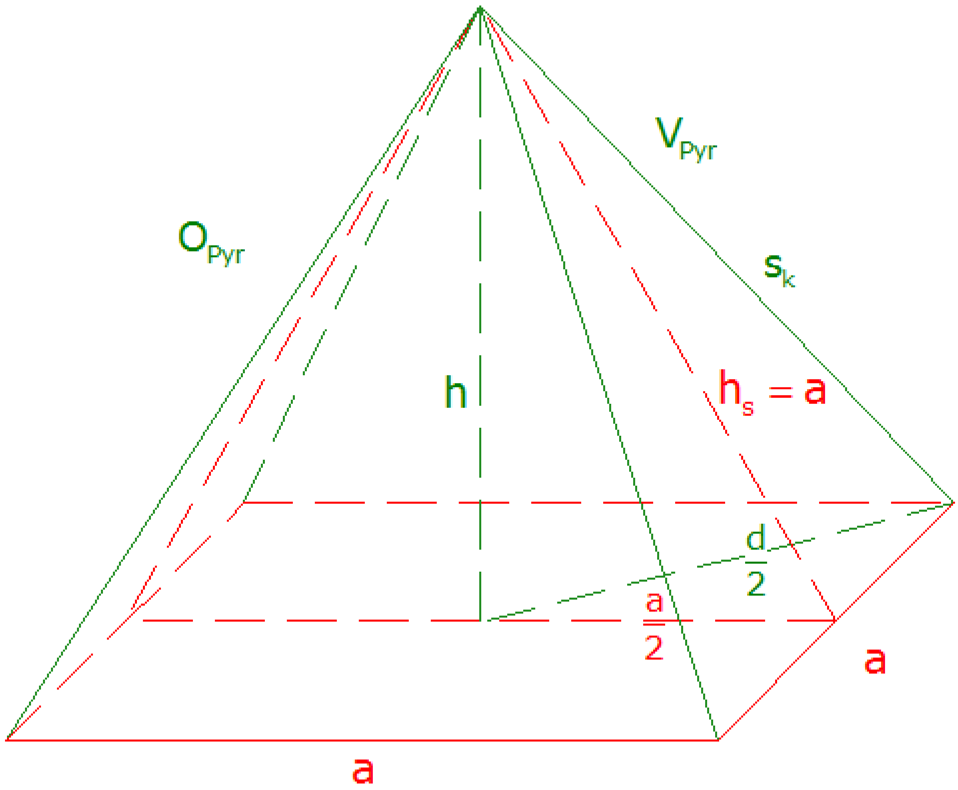
Gesucht:

O_{Pyr}

V_{Pyr}

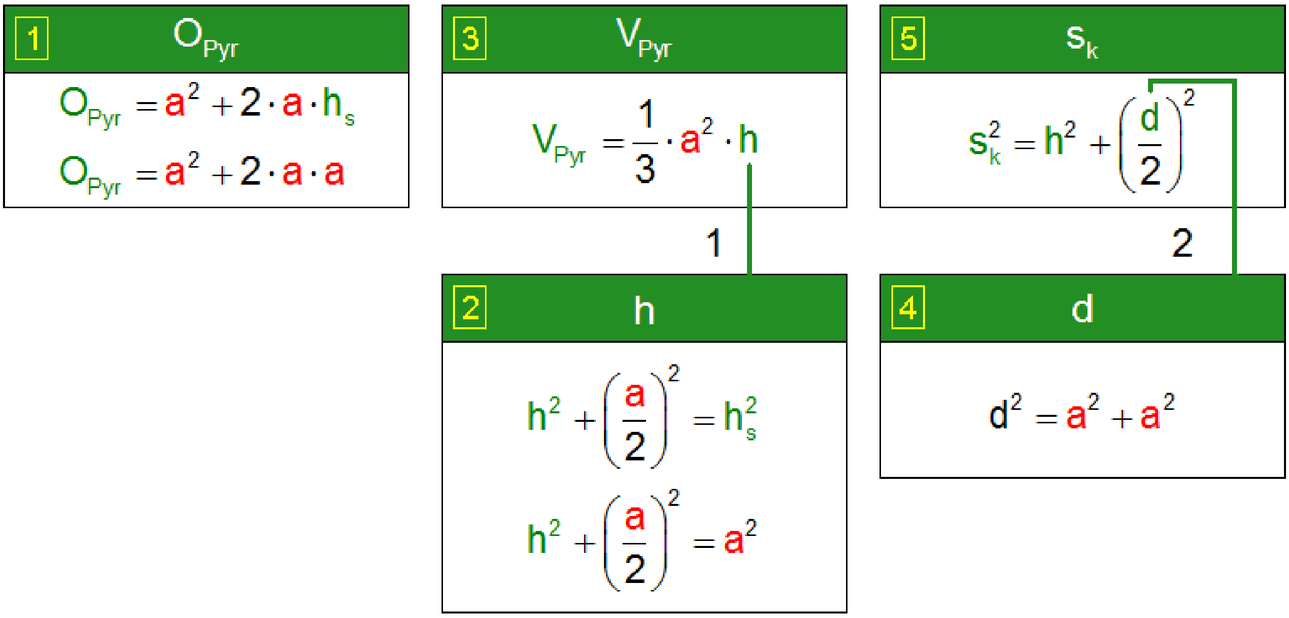
s_k

Skizze:



Strategie 1977 6a:

<u>Struktogramm:</u>



Lösung 1977 6a:

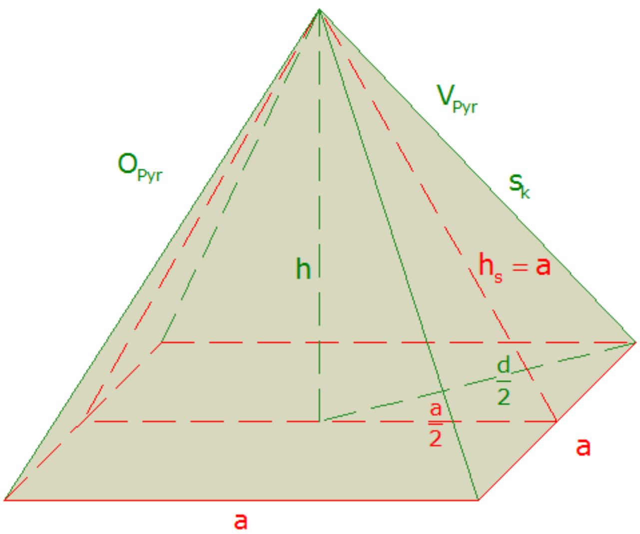
<u>1. Berechnung der Pyramidenoberfläche O_{Pyr}:</u>

$O_{Pyr} = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_s$

$O_{Pyr} = 9^2 + 2 \cdot 9 \cdot 9$

$O_{Pyr} = 81 + 162$

$\underline{\underline{O_{Pyr} = 243\,cm^2}}$



<u>2. Berechnung der Pyramidenhöhe h:</u>

$h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2$ Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck

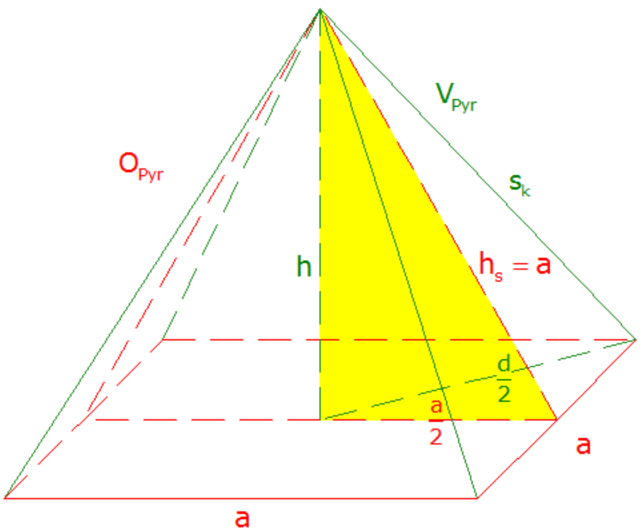
$h^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = 9^2$

$h^2 + 4{,}5^2 = 9^2$

$h^2 + 20{,}25 = 81 \quad | -20{,}25$

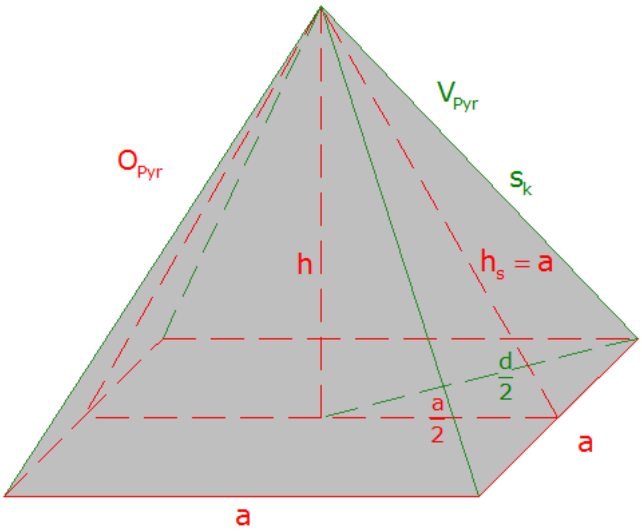
$h^2 = 60{,}75 \quad | \sqrt{\ }$

$\underline{h = 7{,}794\,cm}$



Lösung 1977 6a:

3. Berechnung des Pyramidenvolumens V_{Pyr}:



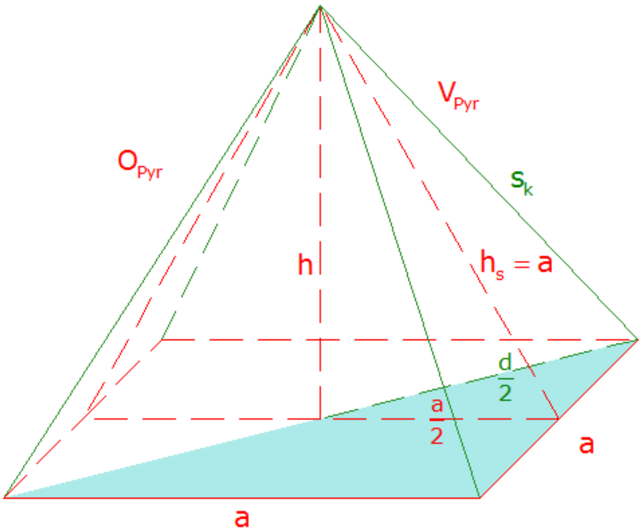
$$V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$$

$$V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot 9^2 \cdot 7{,}794$$

$$V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot 81 \cdot 7{,}794$$

$$\underline{\underline{V_{Pyr} = 210{,}44\,cm^3}}$$

4. Berechnung der Grundflächendiagonalen d:



$d^2 = a^2 + a^2$ Pythagoras im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

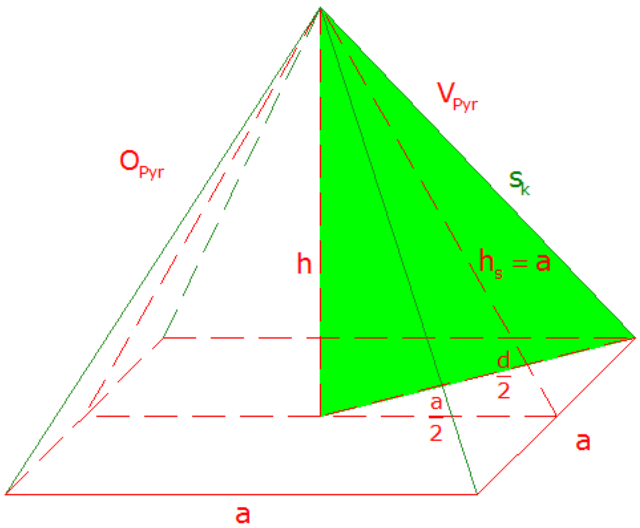
$$d^2 = 9^2 + 9^2$$

$$d^2 = 81 + 81$$

$$d^2 = 162 \quad \Big| \sqrt{}$$

$$\underline{d = 12{,}728\,cm}$$

5. Berechnung der Pyramidenseitenkante s_k:



$s_k^2 = h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2$ Pythagoras im rechtwinkligen grünen Teildreieck

$$s_k^2 = 7{,}794^2 + \left(\frac{12{,}728}{2}\right)^2$$

$$s_k^2 = 7{,}794^2 + 6{,}364^2$$

$$s_k^2 = 60{,}746 + 40{,}5$$

$$s_k^2 = 101{,}246 \quad \Big| \sqrt{}$$

$$\underline{\underline{s_k = 10{,}062\,cm}}$$