Aufgabe 1977 5d: **3 P**

In einem rechtwinkligen Koordinatensystem (Einheit 1 cm) ist ein Trapez durch die Punkte $A(0|0)$, $B(5|0)$, $C(3|3)$ und $D(1|3)$ gegeben.
Bei dem oben angegebenen Trapez schneiden sich die Verlängerungen der Seiten $\overline{BC}$ und $\overline{AD}$ über C bzw. über D hinaus in E.
Das Dreieck ABE rotiert um $\overline{AB}$.
Wie groß ist das Volumen V_R dieses Rotationskörpers?

Lösung 1977 5d:

1. Berechnung des Teilradius r_2:

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{AB}} = \frac{r_2}{r_1 + r_2}$$ 2. Strahlensatz mit S = E

$$\frac{2}{5} = \frac{r_2}{3 + r_2}$$ Seiten tauschen

$$\frac{r_2}{3 + r_2} = \frac{2}{5} \quad \Big| \cdot (3 + r_2)$$

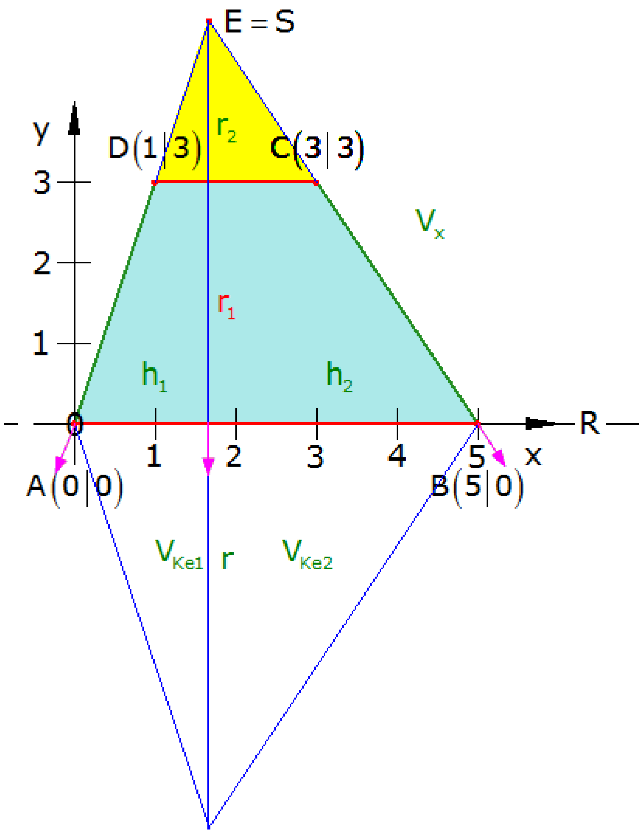
$$r_2 = \frac{2}{5} \cdot (3 + r_2) \quad \Big| \cdot 5$$

$$5r_2 = 2 \cdot (3 + r_2)$$

$$5r_2 = 6 + 2r_2 \quad \Big| -2r_2$$

$$3r_2 = 6 \quad \Big| : 3$$

$$\underline{r_2 = 2\,\text{cm}}$$



2. Berechnung des Rotationskörperradius r:

$$r = r_1 + r_2$$

$$r = 3 + 2$$

$$\underline{r = 5\,\text{cm}}$$

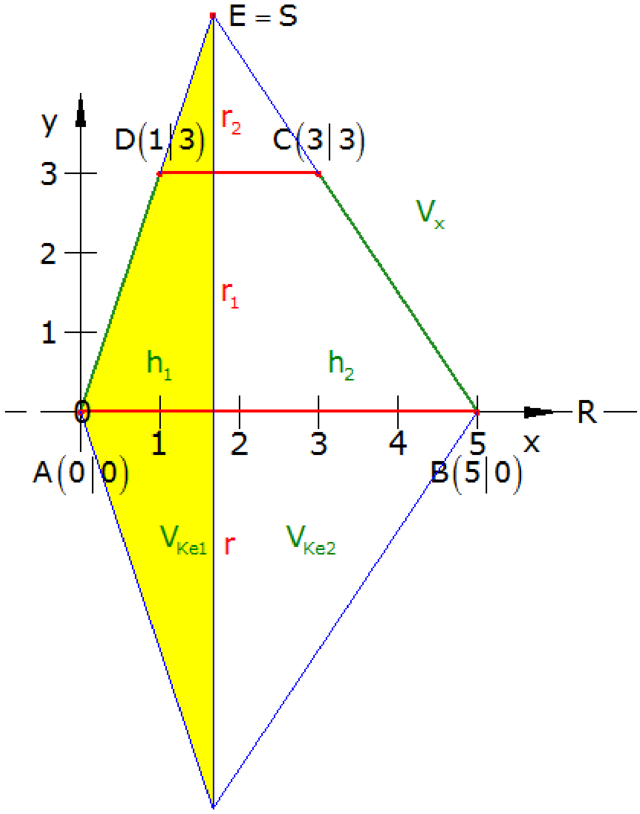
Lösung 1977 5d:

3. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke1}:

$$V_{Ke1} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h_1$$

$$V_{Ke1} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot h_1$$

$$V_{Ke1} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 25 \cdot h_1$$

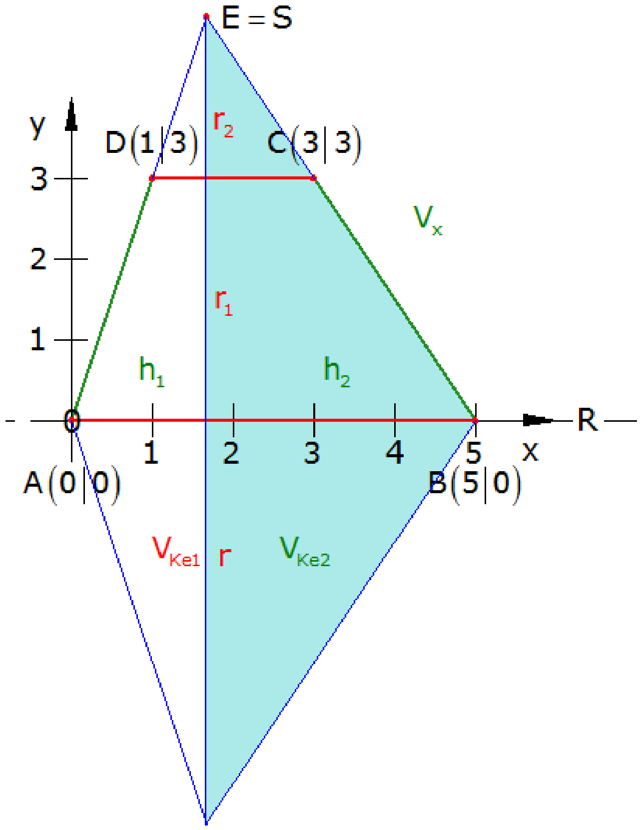


4. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke2}:

$$V_{Ke2} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h_2$$

$$V_{Ke2} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot h_2$$

$$V_{Ke2} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 25 \cdot h_2$$



Lösung 1977 5d:

5. Berechnung des Rotationskörpervolumens V_x:

$$V_x = V_{Ke1} + V_{Ke2}$$

$$V_x = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 25 \cdot h_1 + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 25 \cdot h_2$$

$$V_x = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 25 \cdot (h_1 + h_2)$$

$$V_x = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 25 \cdot 5$$

$$V_x = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 125$$

$$\underline{\underline{V_x = 130{,}9\,cm^3}}$$