

Aufgabe 1977 5c:

4 P

In einem rechtwinkligen Koordinatensystem (Einheit 1 cm) ist ein Trapez durch die Punkte $A(0|0)$, $B(5|0)$, $C(3|3)$ und $D(1|3)$ gegeben.

Wie groß sind die Volumina V_x und V_y , die durch Rotation dieses Trapezes um die x-Achse bzw. um die y-Achse entstehen?

Weise nach, dass

$$V_x : V_y = 9 : 16$$

gilt.

Lösung 1977 5c:

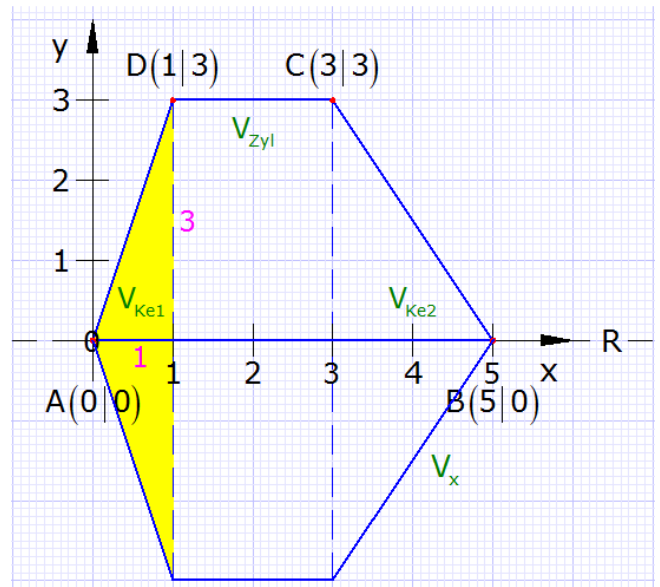
1. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke1} :

$$V_{Ke1} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{Ke1} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 1$$

$$V_{Ke1} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9 \cdot 1$$

$$\underline{V_{Ke1} = 3\pi \text{ cm}^3}$$



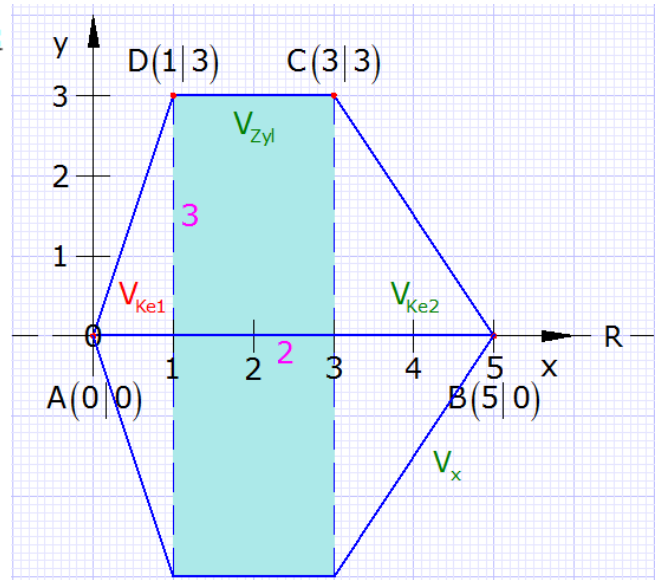
2. Berechnung des Zylindervolumens V_{Zyl} :

$$V_{Zyl} = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{Zyl} = \pi \cdot 3^2 \cdot 2$$

$$V_{Zyl} = \pi \cdot 9 \cdot 2$$

$$\underline{V_{Zyl} = 18\pi \text{ cm}^3}$$



Lösung 1977 5c:

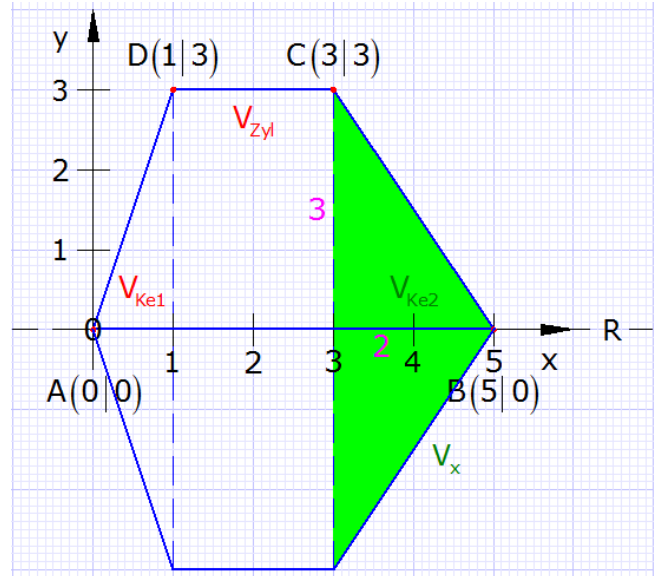
3. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke2} :

$$V_{\text{Ke2}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{\text{Ke2}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 2$$

$$V_{\text{Ke2}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9 \cdot 2$$

$$\underline{V_{\text{Ke2}} = 6\pi \text{ cm}^3}$$

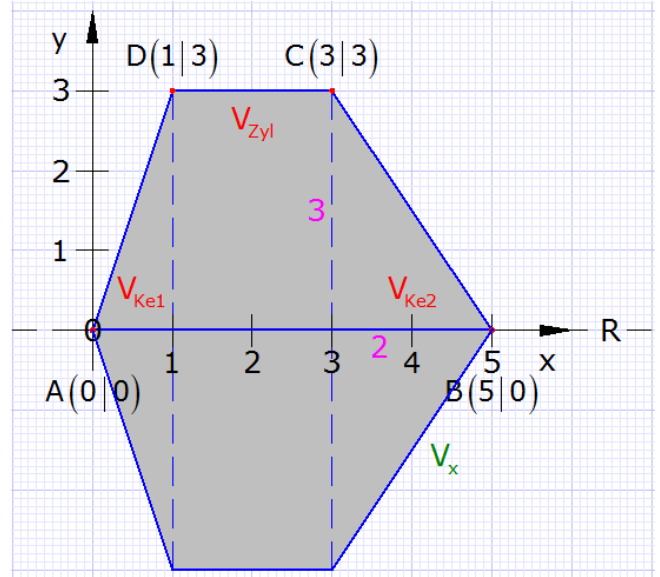


4. Berechnung des Rotationskörpervolumens V_x :

$$V_x = V_{\text{Ke1}} + V_{\text{Zyl}} + V_{\text{Ke2}}$$

$$V_x = 3\pi + 18\pi + 6\pi$$

$$\underline{V_x = 27\pi \text{ cm}^3}$$



5. Berechnung des Kegelstumpfvolumens V_{KeSt} :

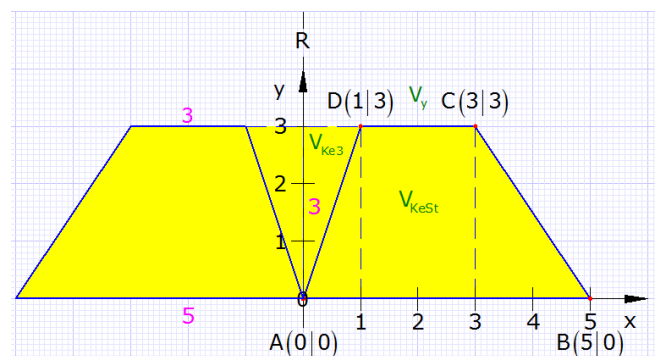
$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3 \cdot (5^2 + 5 \cdot 3 + 3^2)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3 \cdot (25 + 15 + 9)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3 \cdot 49$$

$$\underline{V_{\text{KeSt}} = 49\pi \text{ cm}^3}$$



Lösung 1977 5c:

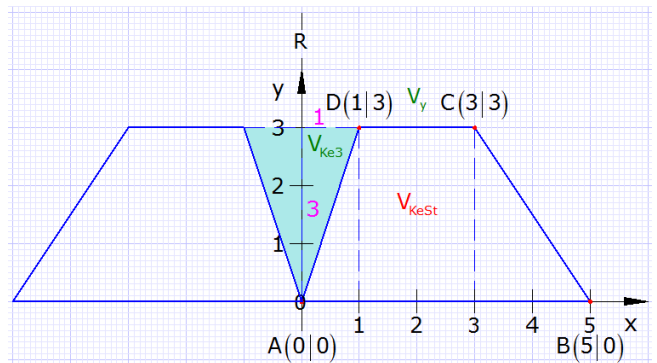
6. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke3} :

$$V_{\text{Ke3}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{\text{Ke3}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 1^2 \cdot 3$$

$$V_{\text{Ke3}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 1 \cdot 3$$

$$\underline{V_{\text{Ke3}} = \pi \text{ cm}^3}$$

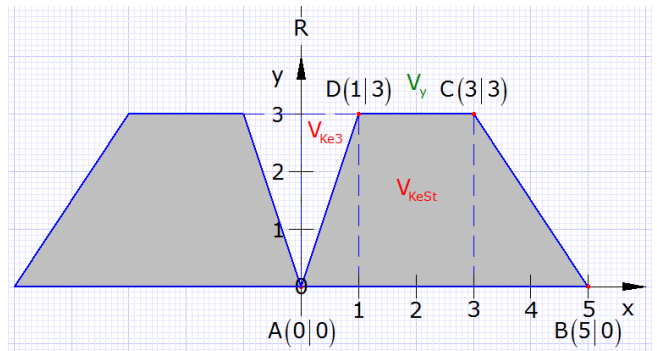


7. Berechnung des Rotationskörper – volumens V_y :

$$V_y = V_{\text{KeSt}} - V_{\text{Ke3}}$$

$$V_y = 49\pi - \pi$$

$$\underline{\underline{V_y = 48\pi \text{ cm}^3}}$$



8. Berechnung des Volumenverhältnisses:

$$V_x : V_y = 27\pi : 48\pi$$

$$V_x : V_y = 9 \cdot 3\pi : 16 \cdot 3\pi$$

$$\underline{\underline{V_x : V_y = 9 : 16}}$$