

Aufgabe 1977 4c:

3 P

Ein in A rechtwinkliges Trapez ABCD mit $\overline{AB} = a$ und $c = d = \frac{a}{2}$ rotiert um $\overline{CD} = c$.

Zeichne den Achsenschnitt dieses Rotationskörpers für $a = 6 \text{ cm}$.

Stelle eine Formel zur Berechnung des Rauminhaltes dieses Rotationskörpers in Abhängigkeit von a auf.

Strategie 1977 4c:

Gegeben:

Trapez

$$\overline{AB} = a$$

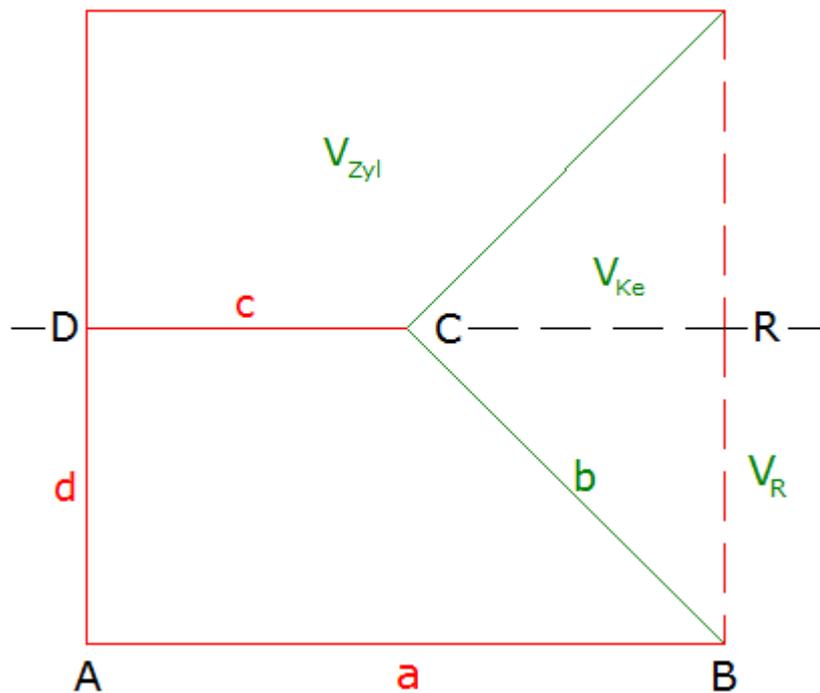
$$c = d = \frac{a}{2}$$

Gesucht:

Achsenschnitt für $a = 6 \text{ cm}$

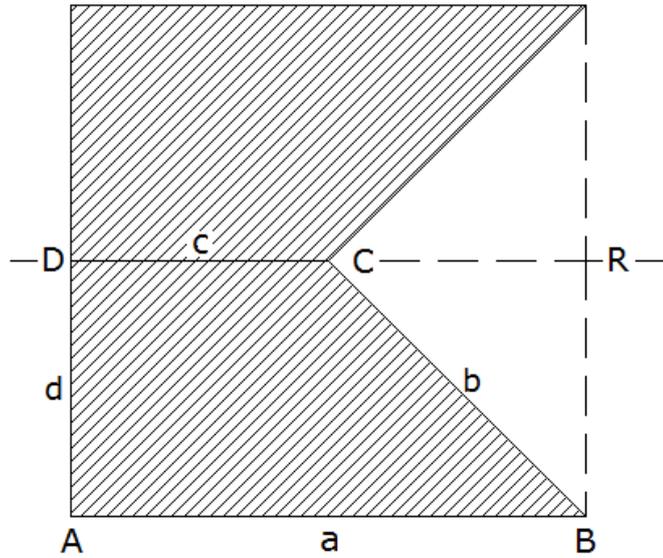
Formel für V_R

Skizze:



Lösung 1977 4c:

Zeichnung des Achsenschnittes für a = 6 cm:



1. Berechnung des Zylindervolumens V_{Zyl} :

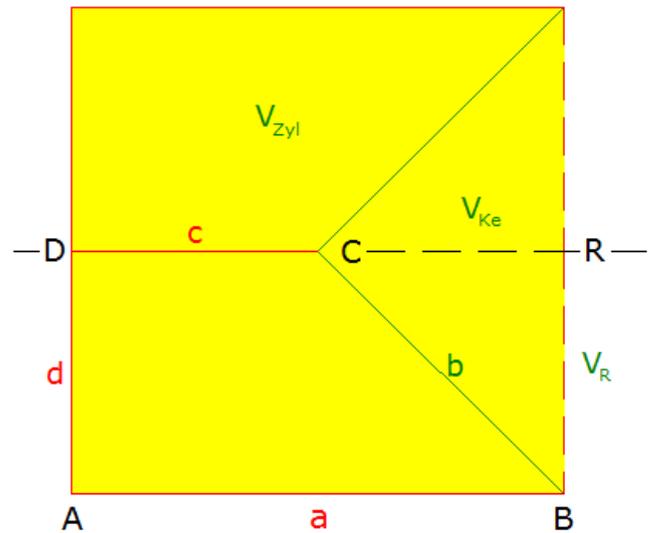
$$V_{Zyl} = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{Zyl} = \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot a$$

$$V_{Zyl} = \pi \cdot \frac{a^2}{4} \cdot a$$

$$V_{Zyl} = \frac{1}{4} \pi \cdot a^2 \cdot a$$

$$V_{Zyl} = \frac{1}{4} \pi \cdot a^3 \text{ VE}$$



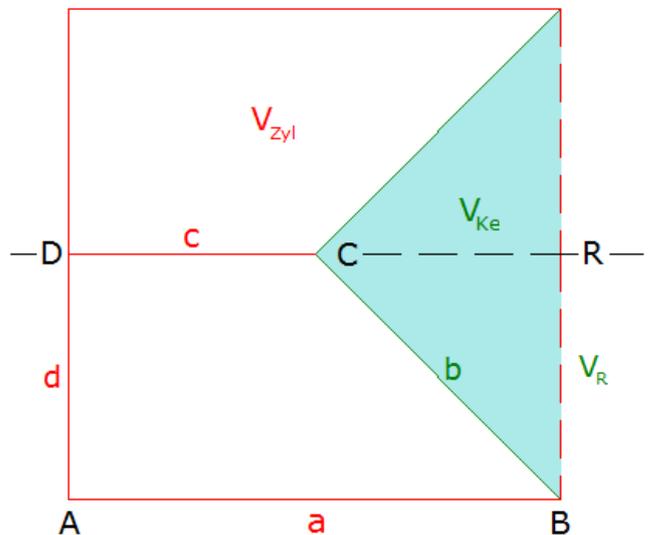
2. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke} :

$$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{a}{2}$$

$$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \frac{a}{2}$$

$$V_{Ke} = \frac{1}{24} \cdot \pi \cdot a^3 \text{ VE}$$



Lösung 1977 4c:

3. Berechnung des Rotationskörpervolumens V_R :

$$V_R = V_{\text{Zyl}} - V_{\text{Ke}}$$

$$V_R = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot a^3 - \frac{1}{24} \cdot \pi \cdot a^3$$

$$V_R = \frac{6}{24} \cdot \pi \cdot a^3 - \frac{1}{24} \cdot \pi \cdot a^3 \quad \text{Bruch erweitern}$$

$$\underline{\underline{V_R = \frac{5}{24} \cdot \pi \cdot a^3 \text{ VE}}}$$

