

Aufgabe 1977 3c:

3 P

Gegeben sind die beiden Kreise $k_1(M_1, r_1 = 5 \text{ cm})$ und $k_2(M_2, r_2 = 4 \text{ cm})$.

Die Entfernung e der beiden Mittelpunkte dieser Kreise beträgt 6 cm .

Einer der beiden Schnittpunkte dieser Kreise sei S .

Bestimme den Winkel $M_1SM_2 = \alpha$ und die Länge ℓ der gemeinsamen Sehne beider Kreise.

Strategie 1977 3c:

Gegeben:

$r_1 = 5 \text{ cm}$

$r_2 = 4 \text{ cm}$

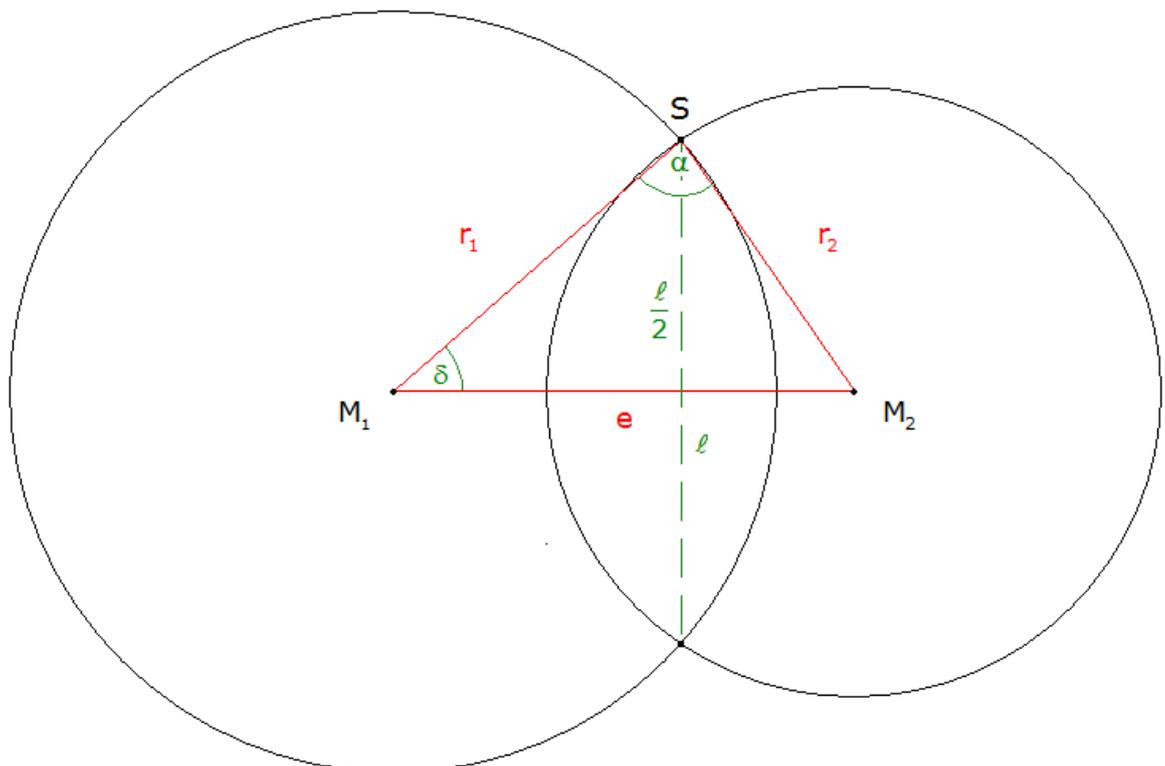
$e = 6 \text{ cm}$

Gesucht:

α

ℓ

Skizze:



Lösung 1977 3c:

1. Berechnung des Winkels α :

$$e^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2 \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot \cos \alpha$$

Kosinussatz im
allgemeinen
gelben
Dreieck

$$6^2 = 5^2 + 4^2 - 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cos \alpha$$

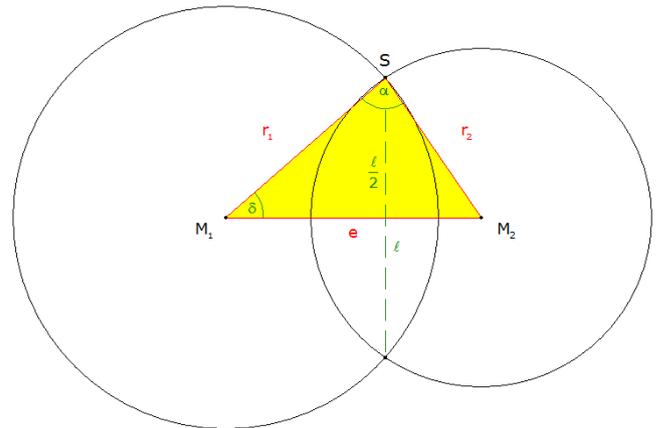
$$36 = 25 + 16 - 40 \cdot \cos \alpha \quad | + 40 \cdot \cos \alpha$$

$$40 \cdot \cos \alpha + 36 = 41 \quad | - 36$$

$$40 \cdot \cos \alpha = 5 \quad | : 40$$

$$\cos \alpha = 0,125$$

$$\alpha = 82,8^\circ$$



2. Berechnung des Winkels δ :

$$\frac{\sin \delta}{r_2} = \frac{\sin \alpha}{e}$$

Sinussatz im
allgemeinen
gelben
Dreieck

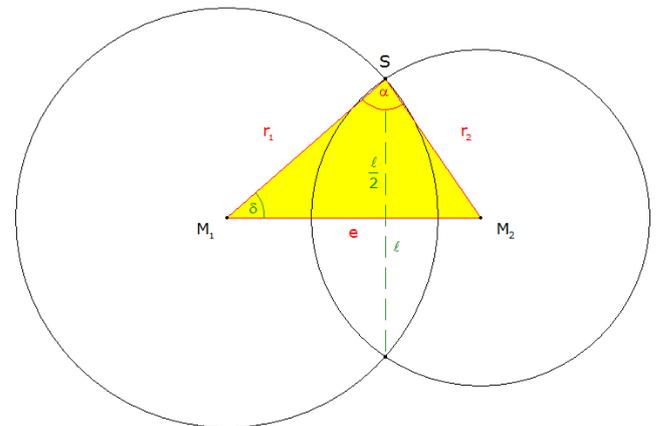
$$\frac{\sin \delta}{4} = \frac{\sin 82,8^\circ}{6}$$

$$\frac{\sin \delta}{4} = \frac{0,9922}{6}$$

$$\frac{\sin \delta}{4} = 0,1654 \quad | \cdot 4$$

$$\sin \delta = 0,6614$$

$$\delta = 41,4^\circ$$



3. Berechnung der Sehnenlänge l :

$$\sin \delta = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{l}{2r_1}$$

Sinusfunktion im
rechtwinkligen
hellblauen
Teildreieck

$$\sin 41,4^\circ = \frac{l}{2r_1}$$

$$0,6614 = \frac{l}{2r_1}$$

Seiten tauschen

$$\frac{l}{2r_1} = 0,6614 \quad | \cdot 5$$

$$\frac{l}{2} = 3,307 \quad | \cdot 2$$

$$l = 6,614 \text{ cm}$$

