

Aufgabe 1977 3b:

4 P

Ein Dreieck ABC ist durch den Winkel $\alpha = 75^\circ$, die Höhe $h_c = 4\text{ cm}$ und den Umkreisradius $r = 4,5\text{ cm}$ bestimmt.

Wie groß sind die Seiten a , b und c , sowie die Winkel β und γ des Dreiecks?

Strategie 1977 3b:

Gegeben:

$\alpha = 75^\circ$

$h_c = 4\text{ cm}$

$r = 4,5\text{ cm}$

Gesucht:

a

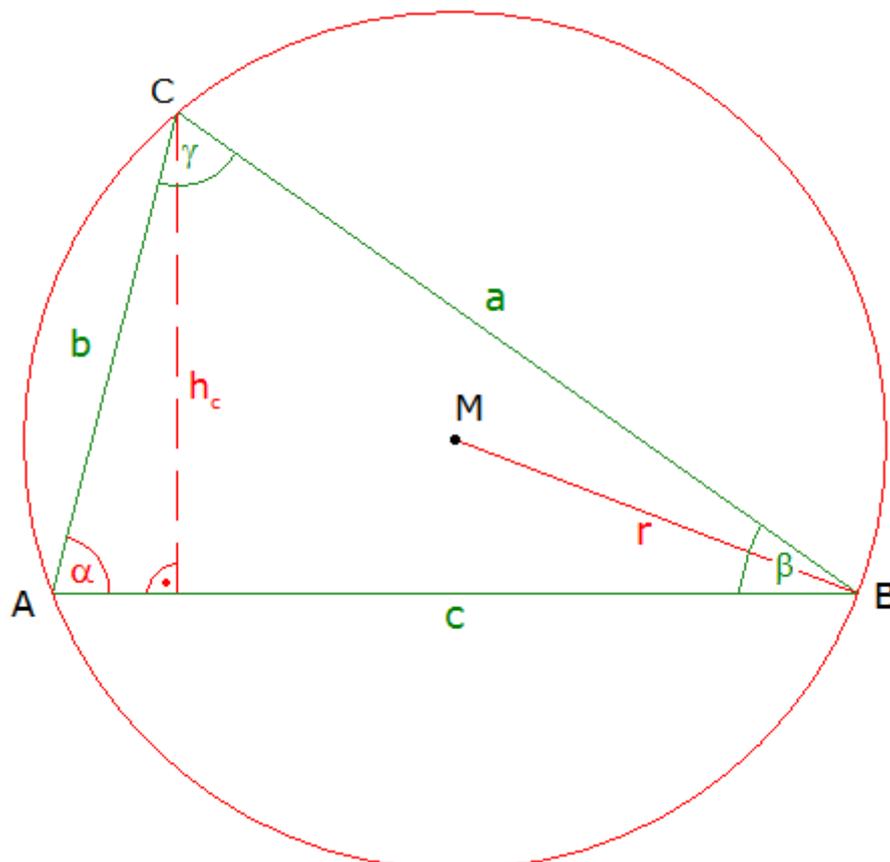
b

c

β

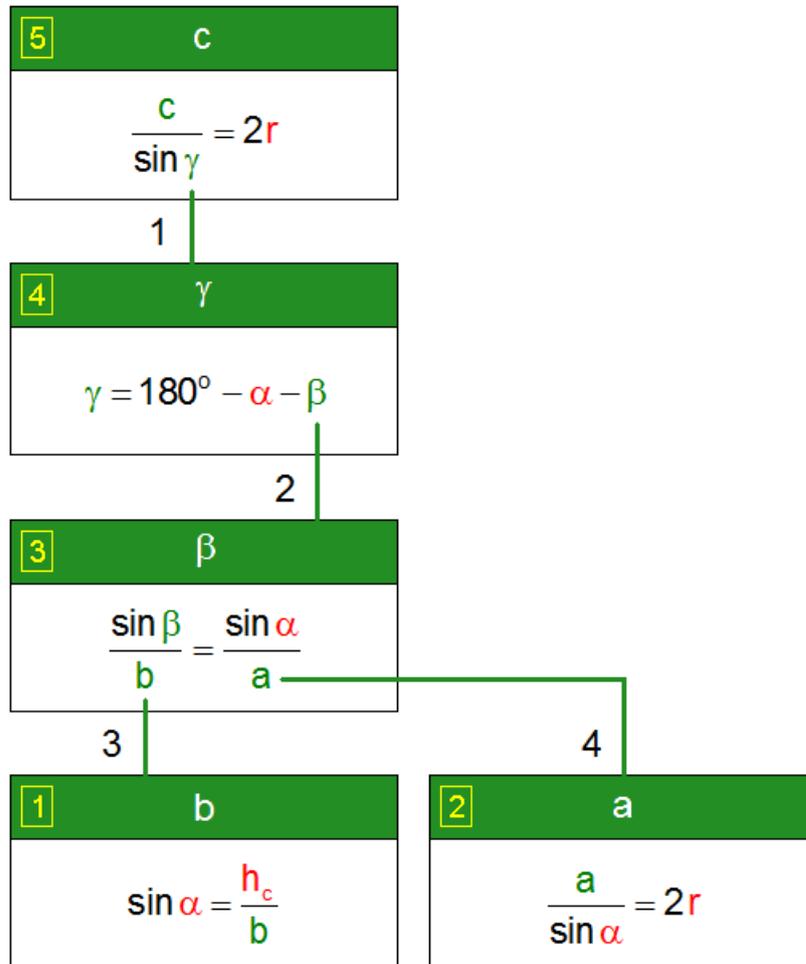
γ

Skizze:



Strategie 1977 3b:

Struktogramm:



Lösung 1977 3b:

1. Berechnung der Dreiecksseite $\overline{AC} = b$:

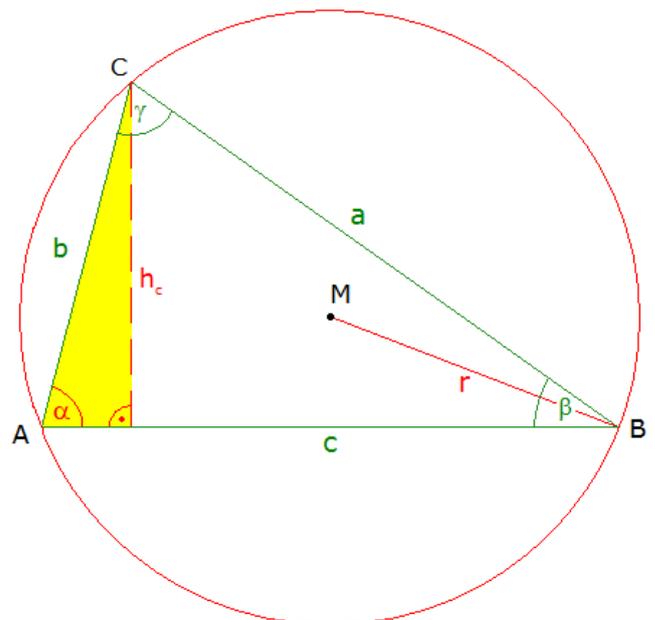
$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{h_c}{b}$ Sinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck

$\sin 75^\circ = \frac{4}{b}$

$0,9659 = \frac{4}{b} \quad | \cdot b$

$b \cdot 0,9659 = 4 \quad | : 0,9659$

$b = 4,14 \text{ cm}$



Lösung 1977 3b:

2. Berechnung der Dreiecksseite $\overline{BC} = a$:

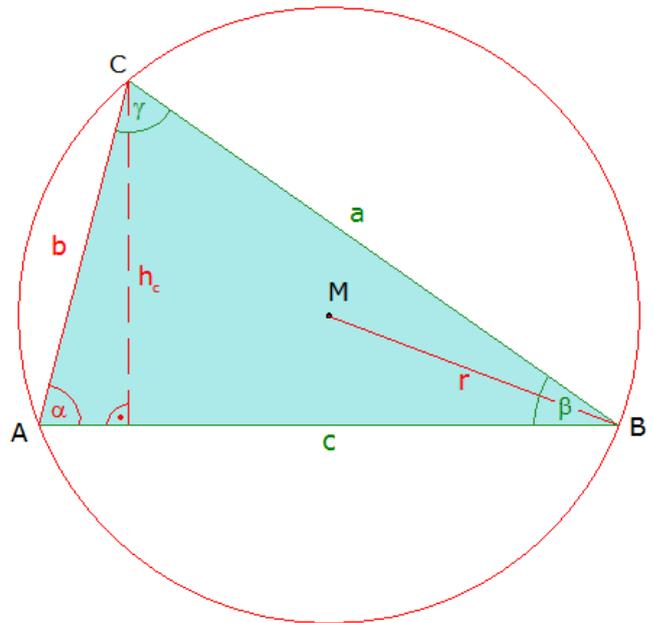
$$\frac{a}{\sin \alpha} = 2r$$

Sinussatz im
allgemeinen
hellblauen
Dreieck ABC

$$\frac{a}{\sin 75^\circ} = 2 \cdot 4,5$$

$$\frac{a}{0,9659} = 9 \quad | \cdot 0,9659$$

$$\underline{\underline{a = 8,69 \text{ cm}}}$$



3. Berechnung des Winkels β :

$$\frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \alpha}{a}$$

Sinussatz im
allgemeinen
hellblauen
Dreieck ABC

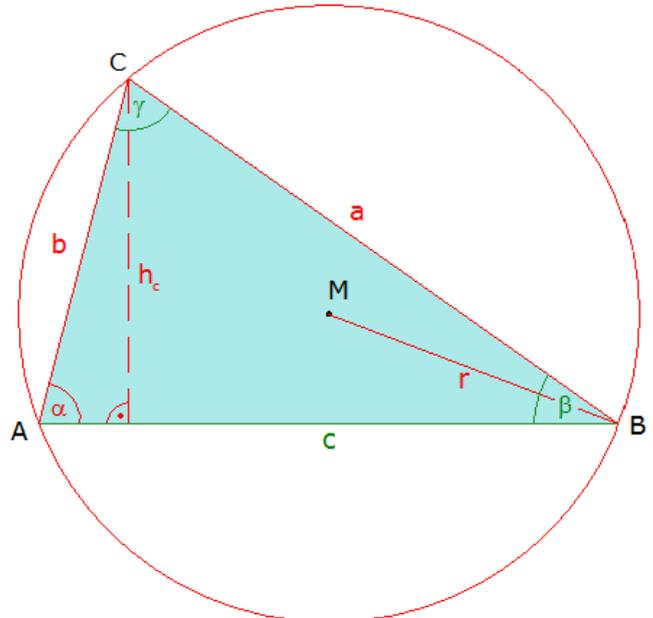
$$\frac{\sin \beta}{4,14} = \frac{\sin 75^\circ}{8,69}$$

$$\frac{\sin \beta}{4,14} = \frac{0,9659}{8,69}$$

$$\frac{\sin \beta}{4,14} = 0,1101 \quad | \cdot 4,14$$

$$\sin \beta = 0,4559$$

$$\underline{\underline{\beta = 27,1^\circ}}$$

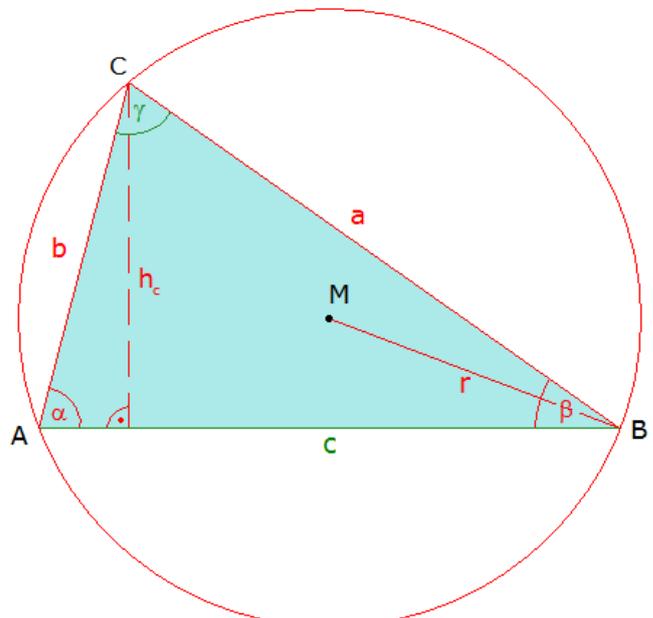


4. Berechnung des Winkels γ :

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta \quad \text{Winkelsumme}$$

$$\gamma = 180^\circ - 75^\circ - 27,1^\circ$$

$$\underline{\underline{\gamma = 77,9^\circ}}$$



Lösung 1977 3b:

5. Berechnung der Dreiecksseite $\overline{AB} = c$:

$$\frac{c}{\sin \gamma} = 2r$$

Sinussatz im allgemeinen
hellblauen Dreieck ABC

$$\frac{c}{\sin 77,9^\circ} = 2 \cdot 4,5$$

$$\frac{c}{0,9778} = 9 \quad | \cdot 0,9778$$

$$\underline{\underline{c = 8,80 \text{ cm}}}$$

