Aufgabe 1977 2b: **4 P**

Eine steigende arithmetische und eine steigende geometrische Zahlenfolge haben beide das erste Glied 2 und stimmen auch im zweiten Glied überein. Die Summe der ersten 3 Glieder der arithmetischen Reihe ist gleich dem 3. Glied der geometrischen Reihe. Ermittle die ersten fünf Glieder beider Reihen.

Lösung 1977 2b:

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
2				

g_1	g_2	g_3	g_4	g_5
2				

<u>1. Berechnung von q:</u>

$a_2 = g_2$

$a_1 + d = g_1 \cdot q \qquad | -a_1$

$d = g_1 \cdot q - a_1 \qquad a_1 = 2 \wedge g_1 = 2$

$\underline{\mathrm{I}: d = 2 \cdot q - 2}$

$a_1 + a_2 + a_3 = g_3$

$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = g_3$

$3a_1 + 3d = g_3$

$3a_1 + 3d = g_1 \cdot q^2 \qquad | -3a_1$

$3d = g_1 \cdot q^2 - 3a_1 \qquad | :3$

$d = \dfrac{g_1 \cdot q^2 - 3a_1}{3} \qquad a_1 = 2 \wedge g_1 = 2$

$d = \dfrac{2 \cdot q^2 - 3 \cdot 2}{3}$

$\underline{\mathrm{II}: d = \dfrac{2 \cdot q^2 - 6}{3}}$

$\mathrm{I} = \mathrm{II}: 2 \cdot q - 2 = \dfrac{2 \cdot q^2 - 6}{3}$ Gleichsetzungsverfahren

$2 \cdot q - 2 = \dfrac{2 \cdot q^2 - 6}{3} \qquad | \cdot 3$

$6 \cdot q - 6 = 2 \cdot q^2 - 6 \qquad | +6$

$6 \cdot q = 2 \cdot q^2 \qquad | :2$

Lösung 1977 2b:

$3 \cdot q = q^2$ Seiten tauschen

$q^2 = 3q \quad | -3q$

$q^2 - 3q = 0$

$q(q-3) = 0$

$\cancel{q_1 = 0}$ keine Lösung

$q_2 - 3 = 0 \quad | +3$

$\underline{q = 3}$

2. Berechnung von d:

$I: d = 2 \cdot q - 2$ q = 3 in I: einsetzen

$d = 2 \cdot 3 - 2$

$d = 6 - 2$

$\underline{d = 4}$

3. Berechnung der ersten 5 Glieder:

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
2	6	10	14	18

g_1	g_2	g_3	g_4	g_5
2	6	18	54	162