

**Aufgabe 1976 8b:**

**4 P**

Ein quadratischer Pyramidenstumpf mit den Maßen  $a_1 = 7,8 \text{ cm}$ ,  $a_2 = 5,2 \text{ cm}$  und  $h_1 = 3,3 \text{ cm}$  wird zur Pyramide ergänzt.

1. Berechne das Volumen des Pyramidenstumpfes.
2. Berechne sowohl die Höhe als auch das Volumen der Ergänzungspyramide.
3. In welchem Verhältnis stehen Körperhöhen und Rauminhalte beider Körper?

**Strategie 1976 8b:**

**Gegeben:**

Quadratischer Pyramidenstumpf  
+ Ergänzungspyramide

$a_1 = 7,8 \text{ cm}$

$a_2 = 5,2 \text{ cm}$

$h_1 = 3,3 \text{ cm}$

**Gesucht:**

$V_{\text{PyrSt}}$

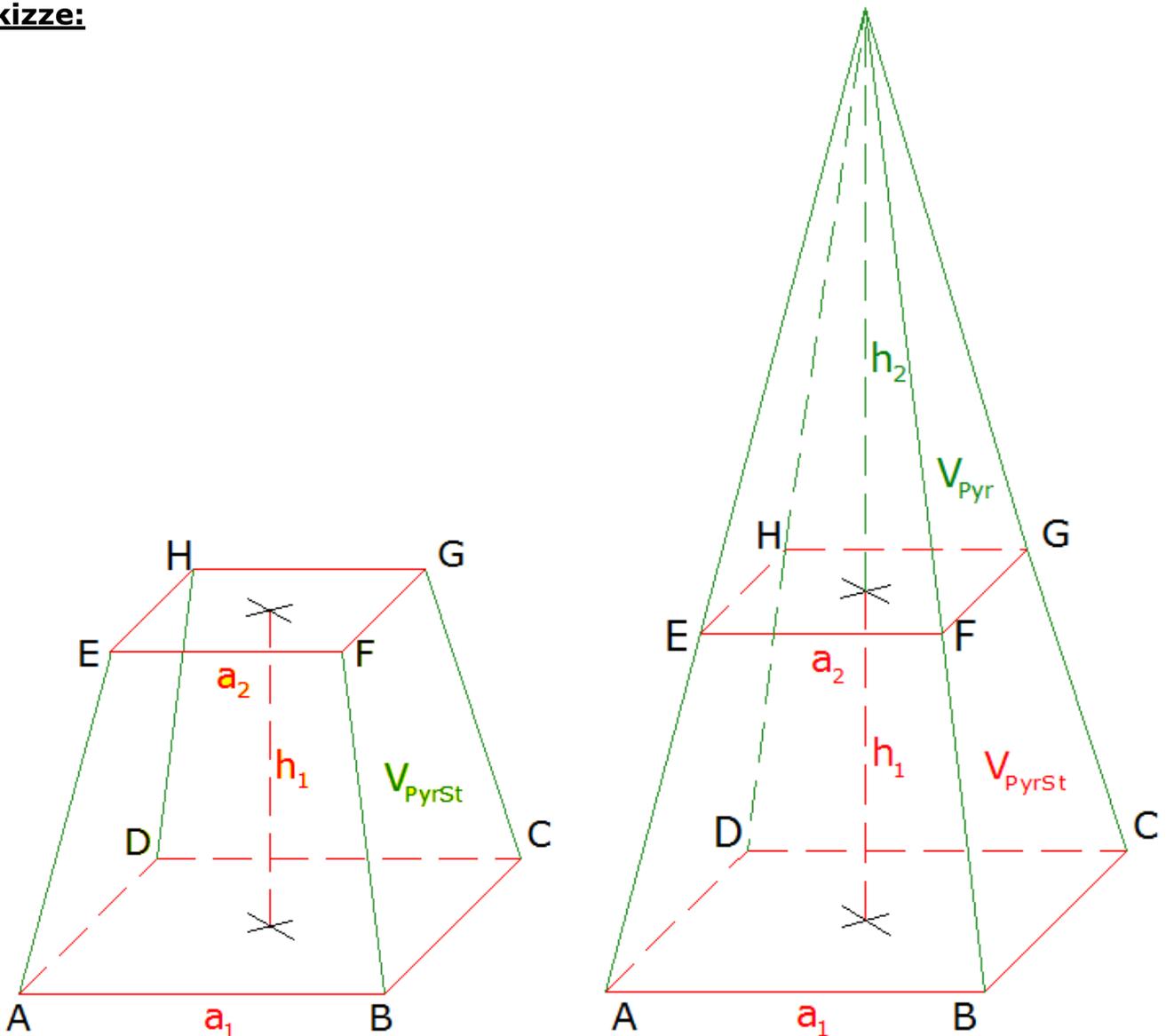
$h_2$

$V_{\text{Pyr}}$

$h_1 : h_2$

$V_{\text{PyrSt}} : V_{\text{Pyr}}$

**Skizze:**



### Lösung 1976 8b:

#### 1. Berechnung des Pyramidenstumpfvolumens $V_{\text{PyrSt}}$ :

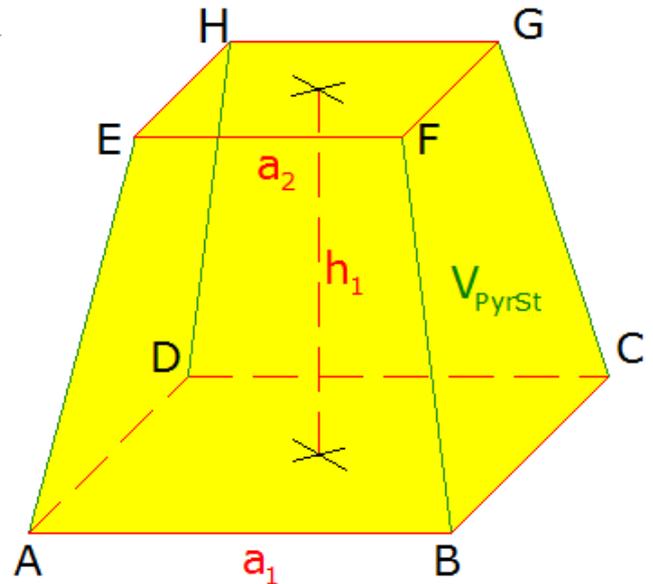
$$V_{\text{PyrSt}} = \frac{h_1}{3} \cdot (a_1^2 + a_1 \cdot a_2 + a_2^2)$$

$$V_{\text{PyrSt}} = \frac{3,3}{3} \cdot (7,8^2 + 7,8 \cdot 5,2 + 5,2^2)$$

$$V_{\text{PyrSt}} = 1,1 \cdot (60,84 + 40,56 + 27,04)$$

$$V_{\text{PyrSt}} = 1,1 \cdot 128,44$$

$$\underline{\underline{V_{\text{PyrSt}} = 141,284 \text{ cm}^3}}$$



#### 2. Berechnung der Pyramidenhöhe $h_2$ :

$$\frac{h_2}{h_2 + h_1} = \frac{a_2}{a_1} \quad \text{2. Strahlensatz}$$

$$\frac{h_2}{h_2 + 3,3} = \frac{5,2}{7,8}$$

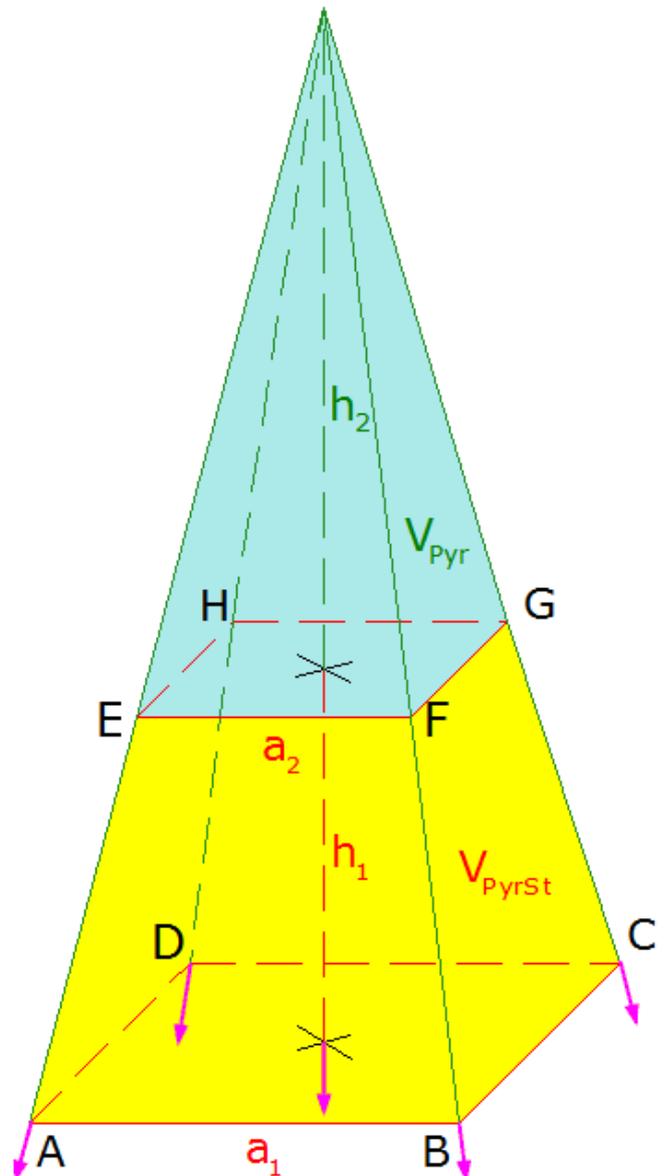
$$\frac{h_2}{h_2 + 3,3} = 0,6667 \quad | \cdot (h_2 + 3,3)$$

$$h_2 = 0,6667 \cdot (h_2 + 3,3)$$

$$h_2 = 0,6667 \cdot h_2 + 2,2 \quad | - 0,6667h_2$$

$$0,3333h_2 = 2,2 \quad | : 0,3333$$

$$\underline{\underline{h_2 = 6,6 \text{ cm}}}$$



**Lösung 1976 8b:**

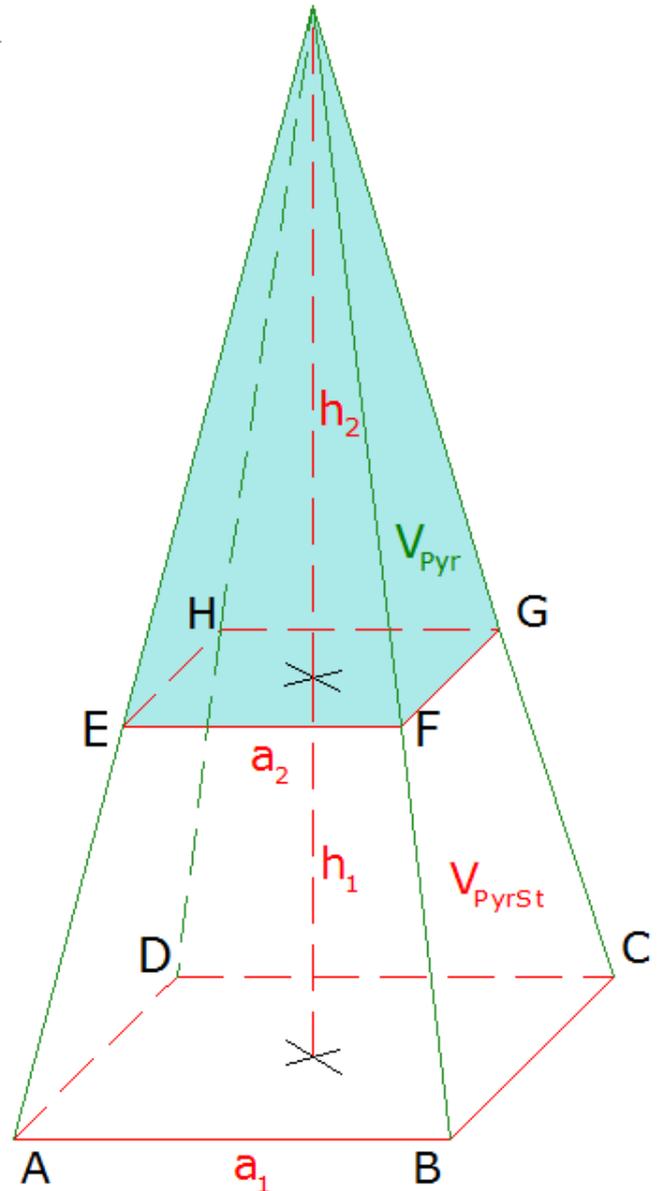
**3. Berechnung des Pyramidenvolumens  $V_{\text{Pyr}}$ :**

$$V_{\text{Pyr}} = \frac{1}{3} \cdot a_2^2 \cdot h_2$$

$$V_{\text{Pyr}} = \frac{1}{3} \cdot 5,2^2 \cdot 6,6$$

$$V_{\text{Pyr}} = \frac{1}{3} \cdot 27,04 \cdot 6,6$$

$$\underline{\underline{V_{\text{Pyr}} = 59,49 \text{ cm}^3}}$$



**4. Berechnung des Verhältnisses  $h_1 : h_2$ :**

$$h_1 : h_2 = 3,3 : 6,6$$

$$\underline{\underline{h_1 : h_2 = 1 : 2}}$$

**5. Berechnung des Verhältnisses  $V_{\text{PyrSt}} : V_{\text{Pyr}}$ :**

$$V_{\text{PyrSt}} : V_{\text{Pyr}} = 141,284 : 59,49$$

$$V_{\text{PyrSt}} : V_{\text{Pyr}} = 2,37492 : 1$$

$$\underline{\underline{V_{\text{PyrSt}} : V_{\text{Pyr}} = 19 : 8}}$$