Aufgabe 1976 8a: **4 P**

Von einem quadratischen Pyramidenstumpf sind die Länge der Grundseite $a_1 = 6,3\,cm$, die Länge der Deckkante $a_2 = 2,5\,cm$ und die Länge der Seitenkante $s = 5,5\,cm$ bekannt.
Wie groß ist das Volumen dieses Pyramidenstumpfes?

Strategie 1976 8a:

Gegeben:

Quadratischer Pyramidenstumpf

$a_1 = 6,3\,cm$

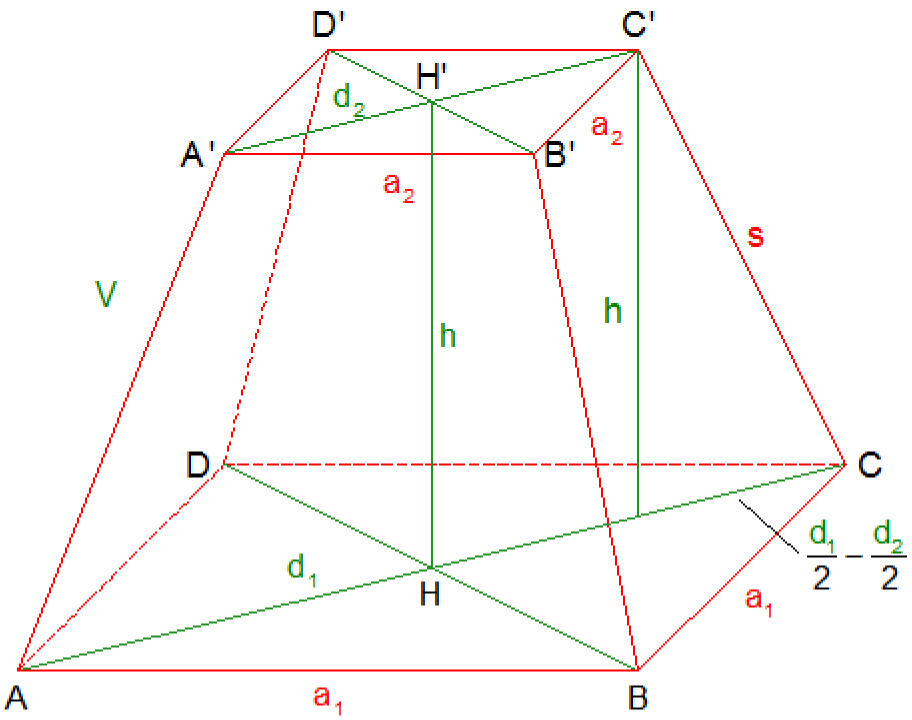
$a_2 = 2,5\,cm$

$s = 5,5\,cm$

Gesucht:

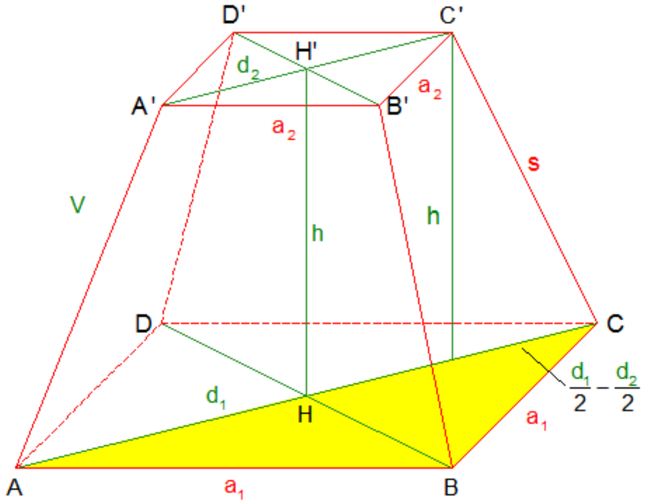
V

Skizze:



Lösung 1976 8a:

1. Berechnung der Grundflächendiagonalen d_1:



$d_1^2 = a_1^2 + a_1^2$ Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck ABC

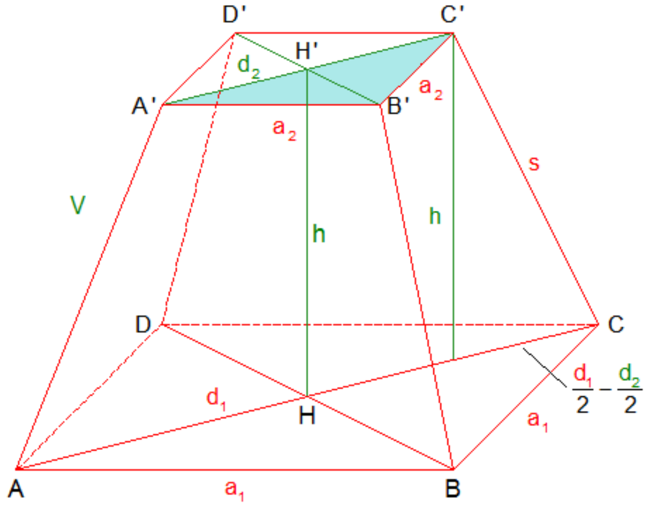
$d_1^2 = 6,3^2 + 6,3^2$

$d_1^2 = 39,69 + 39,69$

$d_1^2 = 79,38 \quad |\sqrt{\ }$

$\underline{d_1 = 8,91\,\text{cm}}$

2. Berechnung der Deckflächendiagonalen d_2:



$d_2^2 = a_2^2 + a_2^2$ Pythagoras im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck A'B'C'

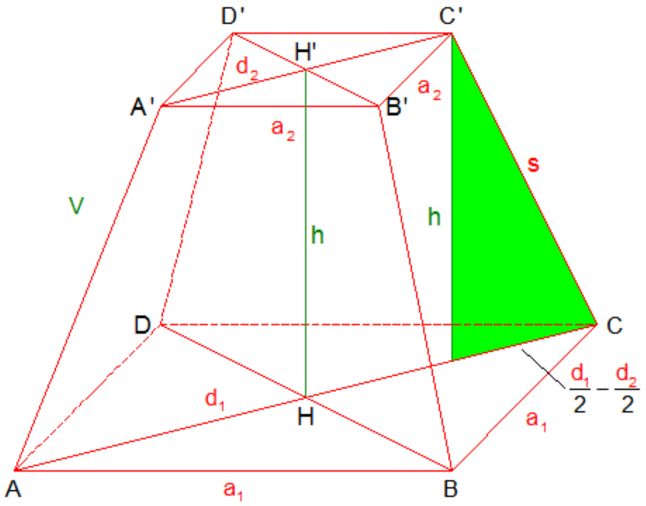
$d_2^2 = 2,5^2 + 2,5^2$

$d_2^2 = 6,25 + 6,25$

$d_2^2 = 12,5 \quad |\sqrt{\ }$

$\underline{d_2 = 3,54\,\text{cm}}$

3. Berechnung der Pyramidenstumpfhöhe h:



$h^2 + \left(\frac{d_1}{2} - \frac{d_2}{2}\right)^2 = s^2$ Pythagoras im rechtwinkligen grünen Teildreieck

$h^2 + \left(\frac{8,91}{2} - \frac{3,54}{2}\right)^2 = 5,5^2$

$h^2 + (4,455 - 1,77)^2 = 30,25$

$h^2 + 2,685^2 = 30,25$

$h^2 + 7,21 = 30,25 \quad |-7,21$

$h^2 = 23,04 \quad |\sqrt{\ }$

$\underline{h = 4,8\,\text{cm}}$

Lösung 1976 8a:

4. Berechnung des Pyramidenstumpfvolumens V:

$$V = \frac{h}{3} \cdot \left(a_1^2 + a_1 \cdot a_2 + a_2^2\right)$$

$$V = \frac{4,8}{3} \cdot \left(6,3^2 + 6,3 \cdot 2,5 + 2,5^2\right)$$

$$V = 1,6 \cdot (39,69 + 15,75 + 6,25)$$

$$V = 1,6 \cdot 61,69$$

$$\underline{\underline{V = 98,704\,cm^3}}$$