

Aufgabe 1976 7b:

4 P

Ein rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse c und der Höhe h_c rotiert um die Hypotenuse.

1. Wie groß ist das Volumen V_3 des Rotationskörpers, wenn $c = 12\text{ cm}$ und $h_c = 5\text{ cm}$ sind?
2. Wenn $c = 12\text{ cm}$ ist, wie groß muss dann h_c sein, damit das Volumen V_4 genau $144\pi\text{ cm}^3$ wird?

Strategie 1976 7b:

Gegeben:

Rechtwinkliges Dreieck

$c = 12\text{ cm}$

$h_c = 5\text{ cm}$

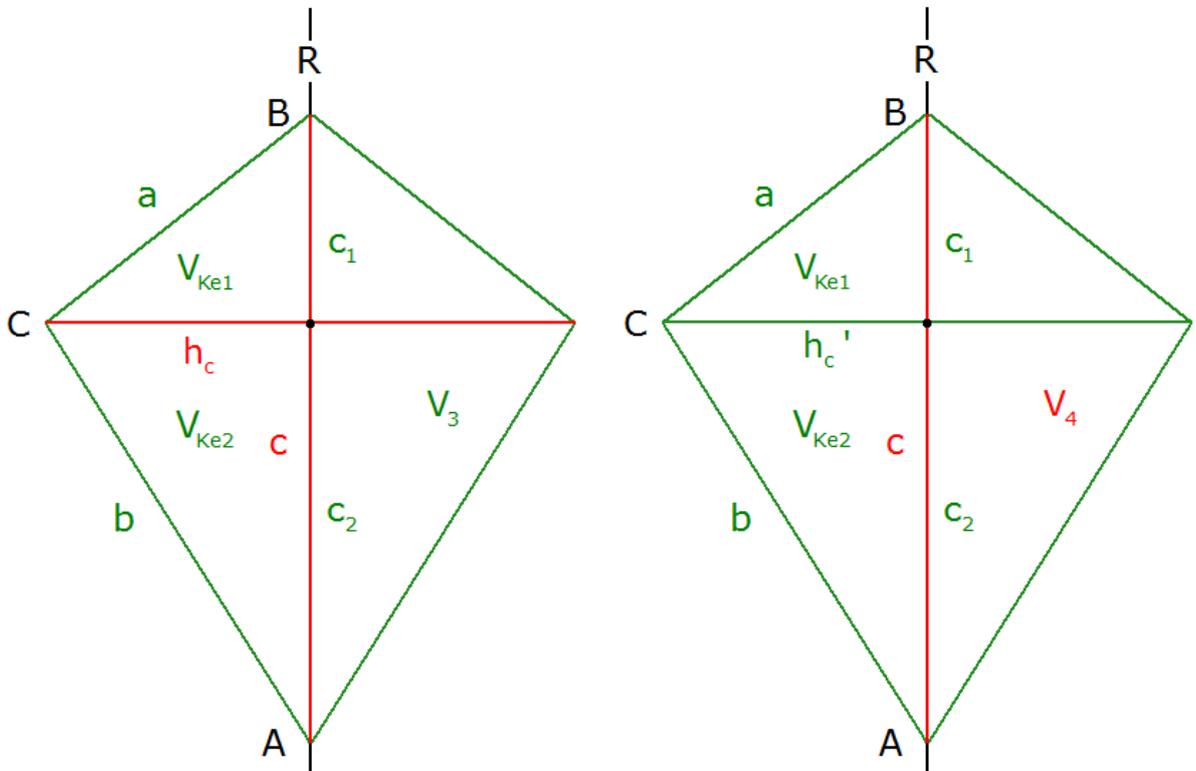
$V_4 = 144\pi\text{ cm}^3$

Gesucht:

V_3

h_c'

Skizze:



Lösung 1976 7b:

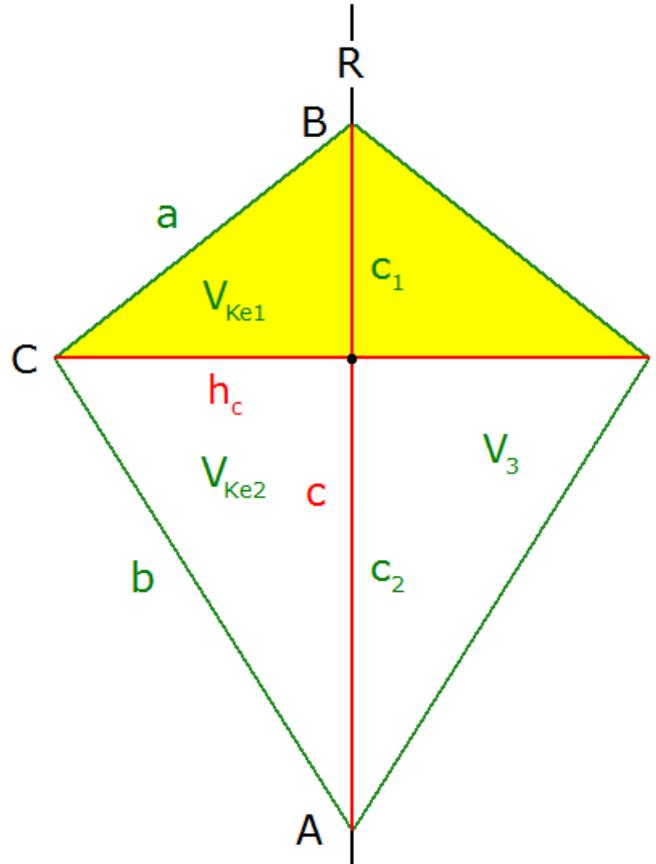
1 a. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke1} :

$$V_{Ke1} = \frac{\pi}{3} \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{Ke1} = \frac{\pi}{3} \cdot h_c^2 \cdot c_1$$

$$V_{Ke1} = \frac{\pi}{3} \cdot 5^2 \cdot c_1$$

$$\underline{V_{Ke1} = \frac{\pi}{3} \cdot 25 \cdot c_1}$$



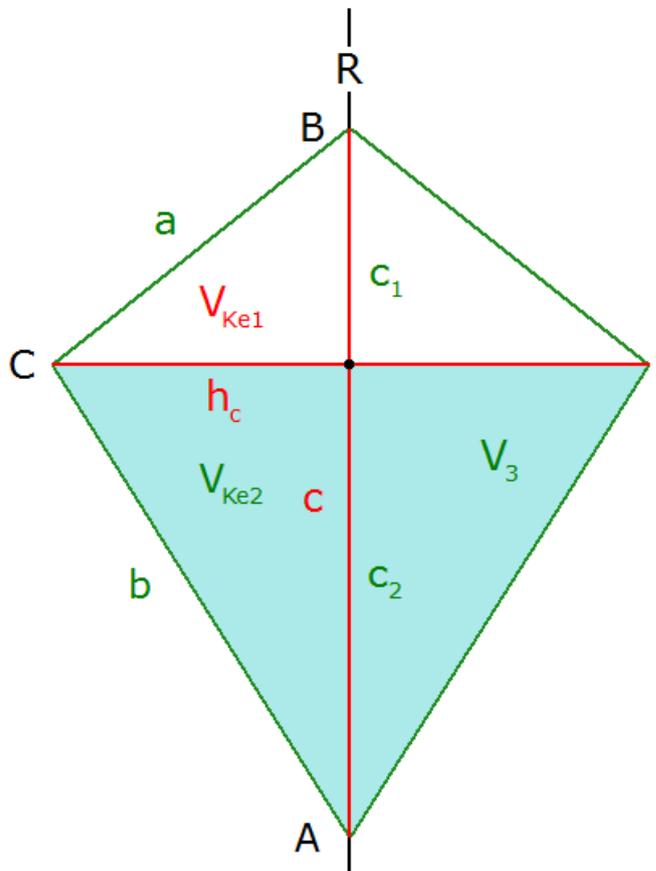
1 b. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke2} :

$$V_{Ke2} = \frac{\pi}{3} \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{Ke2} = \frac{\pi}{3} \cdot h_c^2 \cdot c_2$$

$$V_{Ke2} = \frac{\pi}{3} \cdot 5^2 \cdot c_2$$

$$\underline{V_{Ke2} = \frac{\pi}{3} \cdot 25 \cdot c_2}$$



Lösung 1976 7b:

1 c. Berechnung des Rotationskörpervolumens V_3 :

$$V_3 = V_{Ke1} + V_{Ke2}$$

$$V_3 = \frac{\pi}{3} \cdot 25 \cdot c_1 + \frac{\pi}{3} \cdot 25 \cdot c_2$$

$$V_3 = \frac{\pi}{3} \cdot 25 \cdot (c_1 + c_2)$$

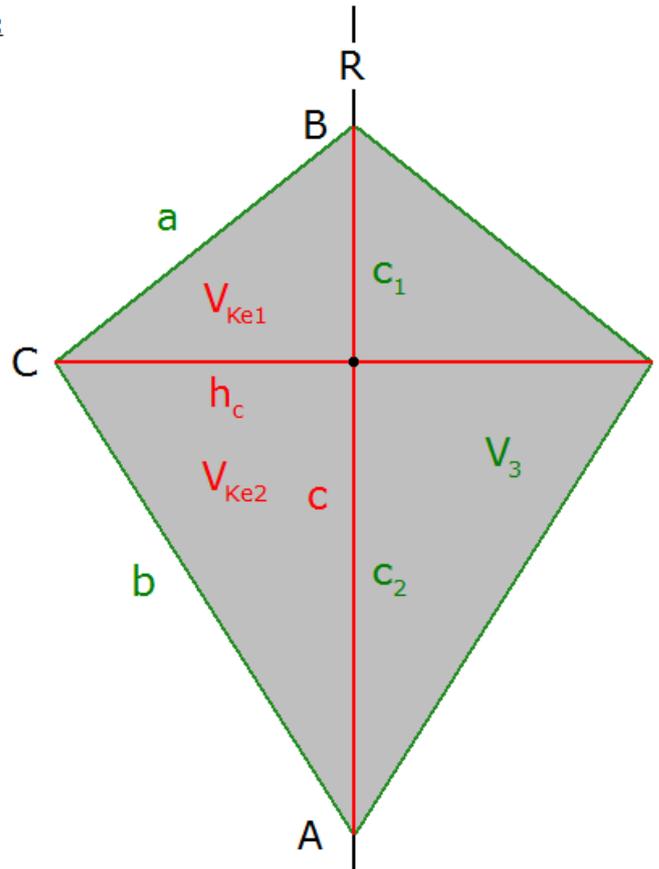
$$V_3 = \frac{\pi}{3} \cdot 25 \cdot c$$

$$V_3 = \frac{\pi}{3} \cdot 25 \cdot 12$$

$$V_3 = \pi \cdot 25 \cdot 4$$

$$V_3 = 100\pi$$

$$\underline{\underline{V_3 = 314,2 \text{ cm}^3}}$$



2. Berechnung der Dreieckshöhe h_c' für $V_4 = 144\pi \text{ cm}^3$:

$$V_4 = \frac{\pi}{3} \cdot h_c'^2 \cdot c \quad \text{Formel Kegelvolumen}$$

$$144\pi = \frac{\pi}{3} \cdot h_c'^2 \cdot 12 \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$\frac{\pi}{3} \cdot h_c'^2 \cdot 12 = 144\pi \quad | : \pi$$

$$\frac{1}{3} \cdot h_c'^2 \cdot 12 = 144$$

$$4 \cdot h_c'^2 = 144 \quad | : 4$$

$$h_c'^2 = 36 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\underline{\underline{h_c' = 6 \text{ cm}}}$$