

Aufgabe 1976 7a:

4 P

Ein rechtwinkliges Dreieck besitzt die Katheten $a = 12 \text{ cm}$ und $b = 16 \text{ cm}$. Bei der Rotation um Kathete a erzeugt es einen Drehkörper mit dem Volumen V_1 und der Mantelfläche M_1 , bei der Rotation um Kathete b erzeugt es einen Drehkörper mit dem Volumen V_2 und der Mantelfläche M_2 . In welchem Verhältnis stehen die beiden Rauminhalte, und wie groß sind die beiden Mantelflächen?

Strategie 1976 7a:

Gegeben:

Rechtwinkliges Dreieck

$a = 12 \text{ cm}$

$b = 16 \text{ cm}$

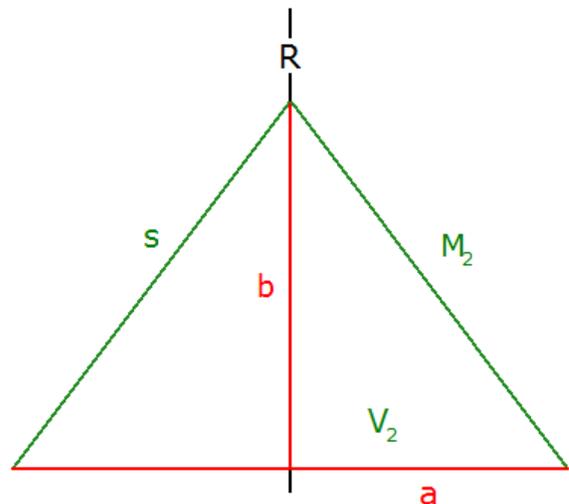
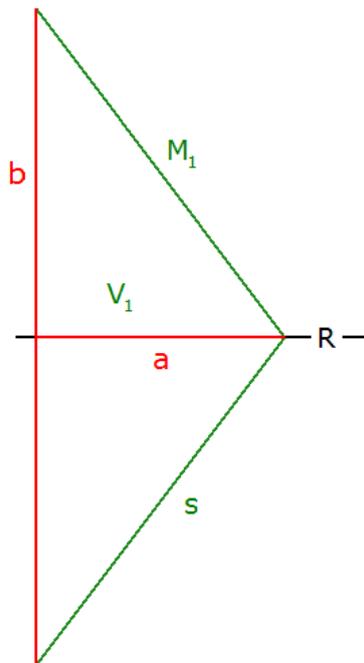
Gesucht:

$V_1 : V_2$

M_1

M_2

Skizze:



Lösung 1976 7a:

1. Berechnung des Kegelvolumens V_1 :

$$V_1 = \frac{\pi}{3} \cdot r^2 \cdot h$$

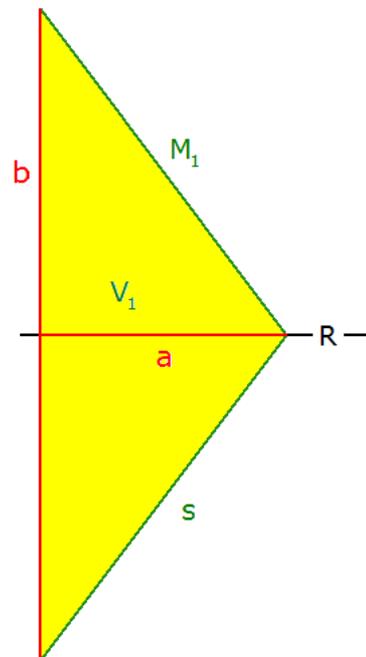
$$V_1 = \frac{\pi}{3} \cdot b^2 \cdot a$$

$$V_1 = \frac{\pi}{3} \cdot 16^2 \cdot 12$$

$$V_1 = \frac{\pi}{3} \cdot 256 \cdot 12$$

$$V_1 = \pi \cdot 256 \cdot 4$$

$$\underline{V_1 = 1024\pi \text{ cm}^3}$$



Lösung 1976 7a:

2. Berechnung des Kegelvolumens V_2 :

$$V_2 = \frac{\pi}{3} \cdot r^2 \cdot h$$

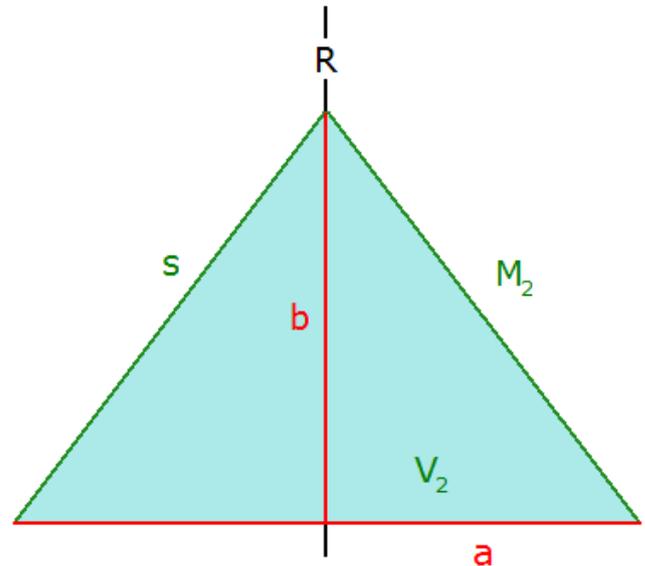
$$V_2 = \frac{\pi}{3} \cdot a^2 \cdot b$$

$$V_2 = \frac{\pi}{3} \cdot 12^2 \cdot 16$$

$$V_2 = \frac{\pi}{3} \cdot 144 \cdot 16$$

$$V_2 = \pi \cdot 48 \cdot 16$$

$$\underline{V_2 = 768\pi \text{ cm}^3}$$



3. Berechnung des Volumenverhältnisses $V_1 : V_2$:

$$V_1 : V_2 = 1024\pi : 768\pi$$

$$V_1 : V_2 = 1024 : 768$$

$$V_1 : V_2 = 4 \cdot 256 : 3 \cdot 256$$

$$\underline{\underline{V_1 : V_2 = 4 : 3}}$$

4. Berechnung der Mantellinie s :

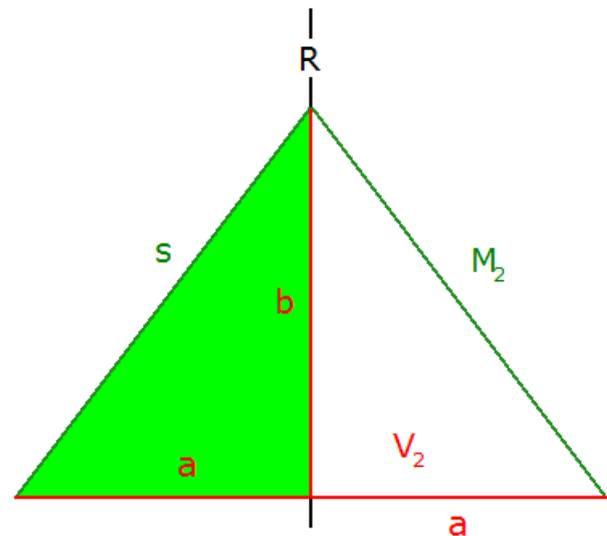
$$s^2 = a^2 + b^2 \quad \text{Pythagoras im rechteckigen grünen Teildreieck}$$

$$s^2 = 12^2 + 16^2$$

$$s^2 = 144 + 256$$

$$s^2 = 400 \quad \left| \sqrt{\quad} \right.$$

$$\underline{s = 20 \text{ cm}}$$



Lösung 1976 7a:

5. Berechnung des Kegelmantels M_1 :

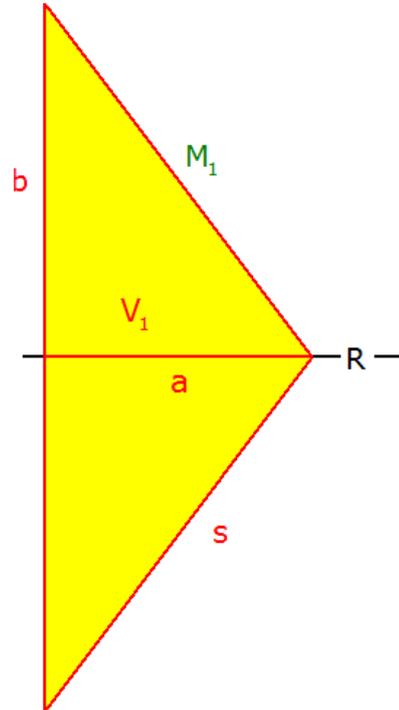
$$M_1 = \pi \cdot r \cdot s$$

$$M_1 = \pi \cdot b \cdot s$$

$$M_1 = \pi \cdot 16 \cdot 20$$

$$M_1 = 320\pi$$

$$\underline{\underline{M_1 = 1005 \text{ cm}^2}}$$



6. Berechnung des Kegelmantels M_2 :

$$M_2 = \pi \cdot r \cdot s$$

$$M_2 = \pi \cdot a \cdot s$$

$$M_2 = \pi \cdot 12 \cdot 20$$

$$M_2 = 240\pi$$

$$\underline{\underline{M_2 = 754 \text{ cm}^2}}$$

