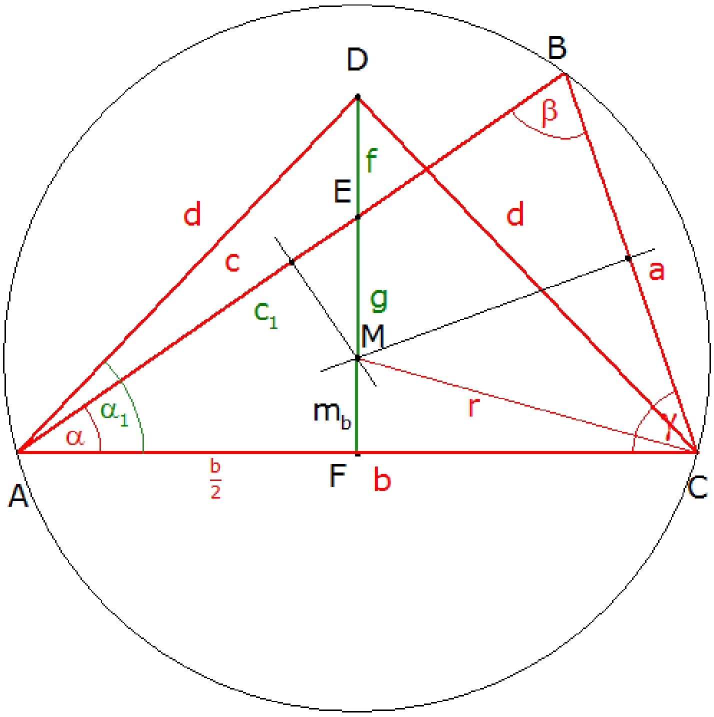
Aufgabe 1976 5c/2: **3 P**

Von einem Dreieck sind die Winkel $\alpha = 35^\circ$ und $\beta = 75^\circ$, sowie die Seite $\overline{AC} = b = 8{,}2\,\text{cm}$ gegeben. Außerhalb des Dreiecks ABC liegt ein Punkt D mit $\overline{AD} = \overline{CD} = d = 6\,\text{cm}$. Die Gerade $\overline{DM}$ schneidet $\overline{AB}$ in E.
Begründe, weshalb D und M auf der Mittelsenkrechten von $\overline{AC}$ liegen, und berechne sowohl den Umfang als auch den Inhalt des Dreiecks ADE.

Lösung 1976 5c/2:

1. Begründung:

M ist der Umkreismittelpunkt des Dreiecks ABC und liegt deshalb auf der Mittelsenkrechten von $\overline{AC}$.
Das Dreieck ADC ist gleichschenklig. Deshalb liegt der Punkt D auf der Mittelsenkrechten von $\overline{AC}$.



2. Berechnung des Winkels α_1:

$$\cos\alpha_1 = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\frac{b}{2}}{d}$$

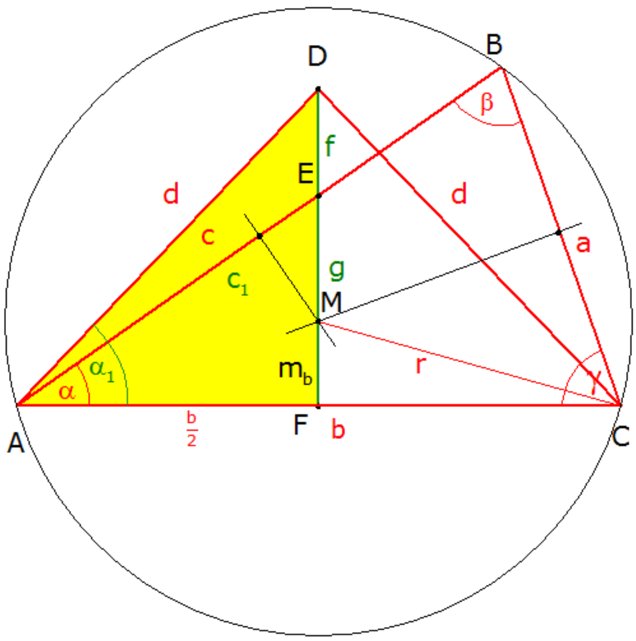
Kosinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck ADF

$$\cos\alpha_1 = \frac{\frac{8{,}2}{2}}{6}$$

$$\cos\alpha_1 = \frac{4{,}1}{6}$$

$$\cos\alpha_1 = 0{,}6833$$

$$\underline{\alpha_1 = 46{,}9^\circ}$$



Lösung 1976 5c/2:

3. Berechnung der Strecke $\overline{EF} = g$:

$$\tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{g}{\frac{b}{2}}$$

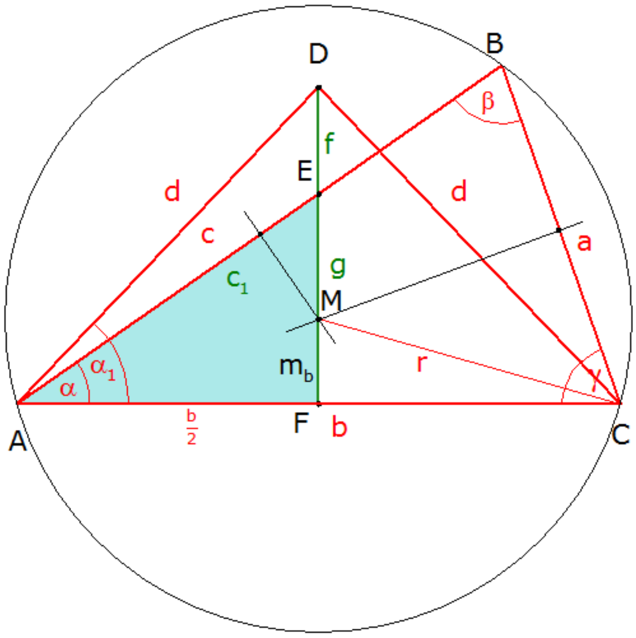
Tangensfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck AFE

$$\tan 35^\circ = \frac{g}{\frac{8,2}{2}}$$

$$0,7002 = \frac{g}{4,1} \qquad \text{Seiten tauschen}$$

$$\frac{g}{4,1} = 0,7002 \qquad |\cdot 4,1$$

$$\underline{g = 2,871\,\text{cm}}$$



4. Berechnung der Strecke $\overline{DE} = f$:

$$\sin\alpha_1 = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{f+g}{d}$$

Sinusfuktion im rechtwinkligen grünen Teildreieck AFD

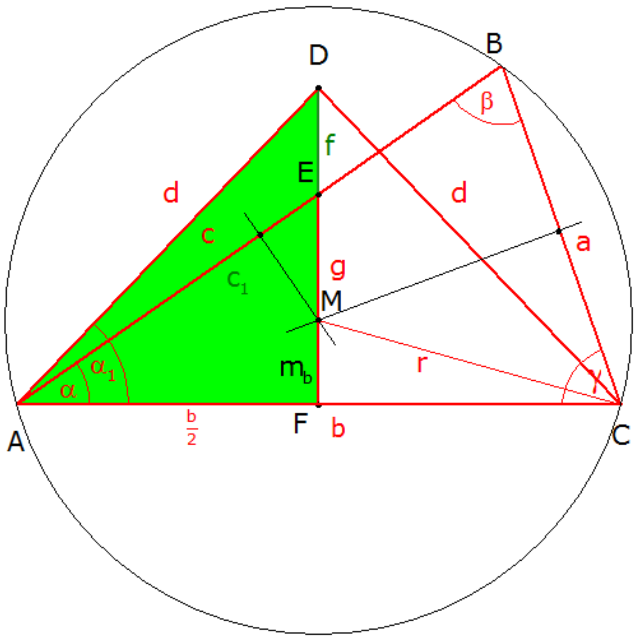
$$\sin 46,9^\circ = \frac{f+2,871}{6}$$

$$0,7302 = \frac{f+2,871}{6} \qquad \text{Seiten tauschen}$$

$$\frac{f+2,871}{6} = 0,7302 \qquad |\cdot 6$$

$$f+2,871 = 4,381 \qquad |-2,871$$

$$\underline{f = 1,51\,\text{cm}}$$



5. Berechnung der Strecke $\overline{AE} = c_1$:

$$\cos\alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\frac{b}{2}}{c_1}$$

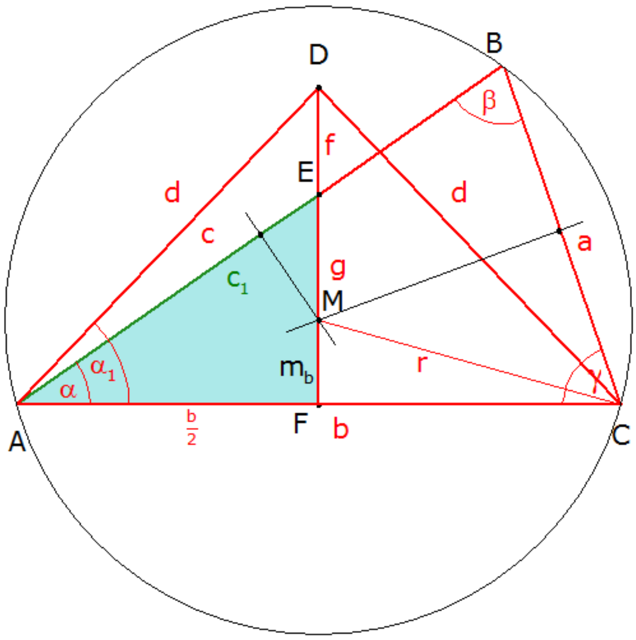
Kosinusfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

$$\cos 35^\circ = \frac{\frac{8,2}{2}}{c_1}$$

$$0,8192 = \frac{4,1}{c_1} \qquad |\cdot c_1$$

$$c_1 \cdot 0,8192 = 4,1 \qquad |:0,8192$$

$$\underline{c_1 = 5,01\,\text{cm}}$$



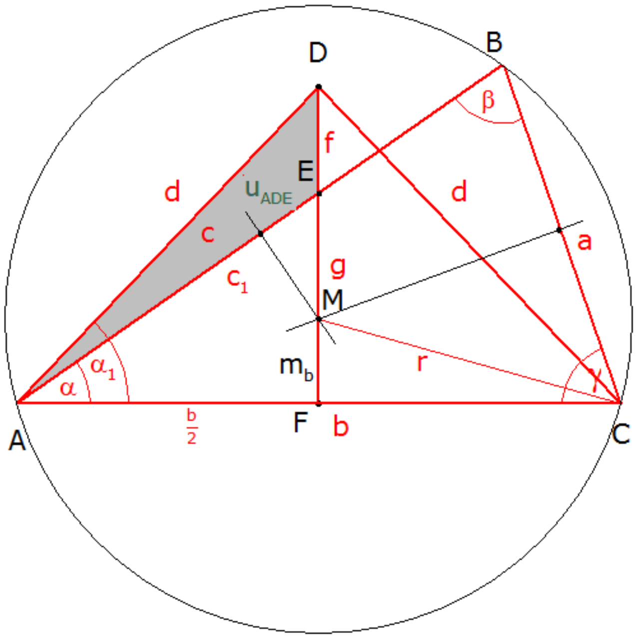
Lösung 1976 5c/2:

6. Berechnung des Dreiecksumfangs u_{ADE}:

$$u_{ADE} = d + c_1 + f$$

$$u_{ADE} = 6 + 5{,}01 + 1{,}51$$

$$u_{ADE} = 12{,}52\,cm$$



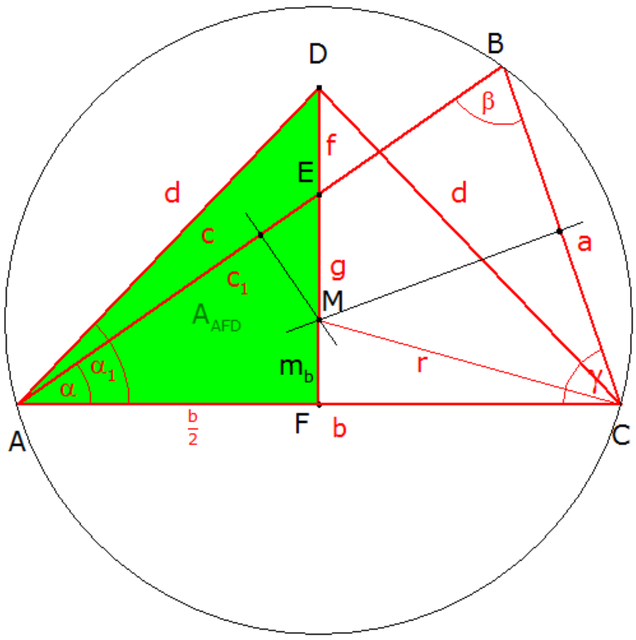
7. Berechnung der Dreiecksfläche A_{AFD}:

$$A_{AFD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{2} \cdot (f + g)$$

$$A_{AFD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{8{,}2}{2} \cdot (1{,}51 + 2{,}871)$$

$$A_{AFD} = \frac{1}{2} \cdot 4{,}1 \cdot 4{,}381$$

$$A_{AFD} = 8{,}981\,cm^2$$



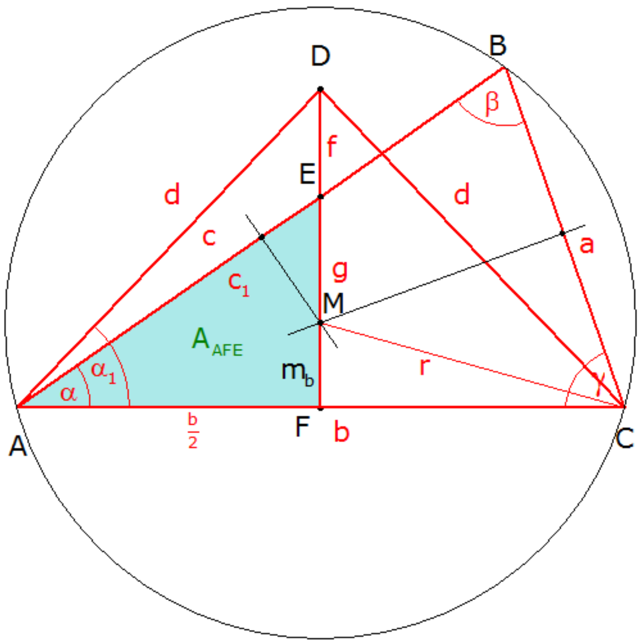
8. Berechnung der Dreiecksfläche A_{AFE}:

$$A_{AFE} = \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{2} \cdot g$$

$$A_{AFE} = \frac{1}{2} \cdot \frac{8{,}2}{2} \cdot 2{,}871$$

$$A_{AFE} = \frac{1}{2} \cdot 4{,}1 \cdot 2{,}871$$

$$A_{AFE} = 5{,}886\,cm^2$$



Lösung 1976 5c/2:

9. Berechnung der Dreiecksfläche A_{ADE}:

$$A_{ADE} = A_{AFD} - A_{AFE}$$

$$A_{ADE} = 8{,}981 - 5{,}886$$

$$\underline{\underline{A_{ADE} = 3{,}095\,\text{cm}^2}}$$