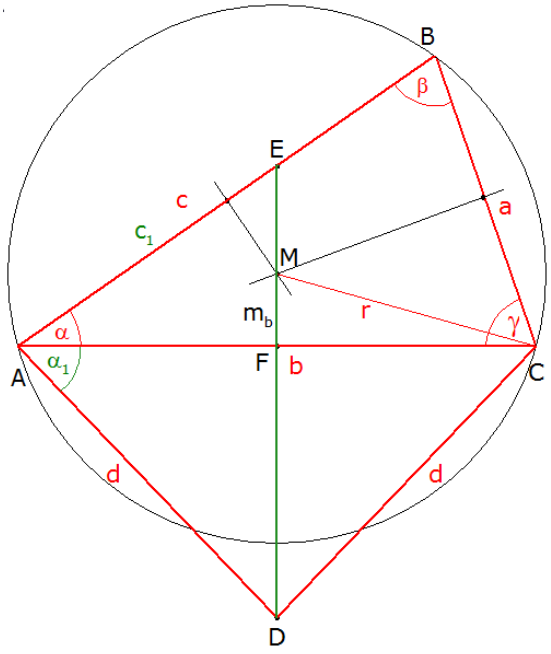
Aufgabe 1976 5c/1: **3 P**

Von einem Dreieck sind die Winkel $\alpha = 35^\circ$ und $\beta = 75^\circ$, sowie die Seite $\overline{AC} = b = 8{,}2\,cm$ gegeben. Außerhalb des Dreiecks ABC liegt ein Punkt D mit $\overline{AD} = \overline{CD} = d = 6\,cm$. Die Gerade $\overline{DM}$ schneidet $\overline{AB}$ in E.
Begründe, weshalb D und M auf der Mittelsenkrechten von $\overline{AC}$ liegen, und berechne sowohl den Umfang als auch den Inhalt des Dreiecks ADE.

Lösung 1976 5c/1:

1. Begründung:
M ist der Umkreismittelpunkt des Dreiecks ABC und liegt deshalb auf der Mittelsenkrechten von $\overline{AC}$.
Das Dreieck ADC ist gleichschenklig. Deshalb liegt der Punkt D auf der Mittelsenkrechten von $\overline{AC}$.



2. Berechnung des Winkels α_1:

$$\cos\alpha_1 = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\frac{b}{2}}{d}$$

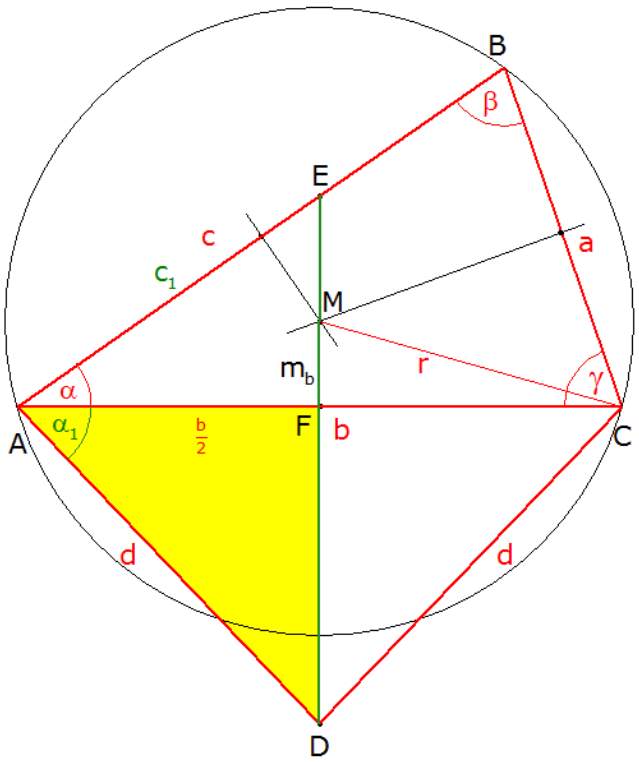
Kosinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck ADF

$$\cos\alpha_1 = \frac{\frac{8{,}2}{2}}{6}$$

$$\cos\alpha_1 = \frac{4{,}1}{6}$$

$$\cos\alpha_1 = 0{,}6833$$

$$\underline{\alpha_1 = 46{,}9^\circ}$$



Lösung 1976 5c/1:

3. Berechnung der Strecke $\overline{AE} = c_1$:

$$\cos\alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{\frac{b}{2}}{c_1}$$

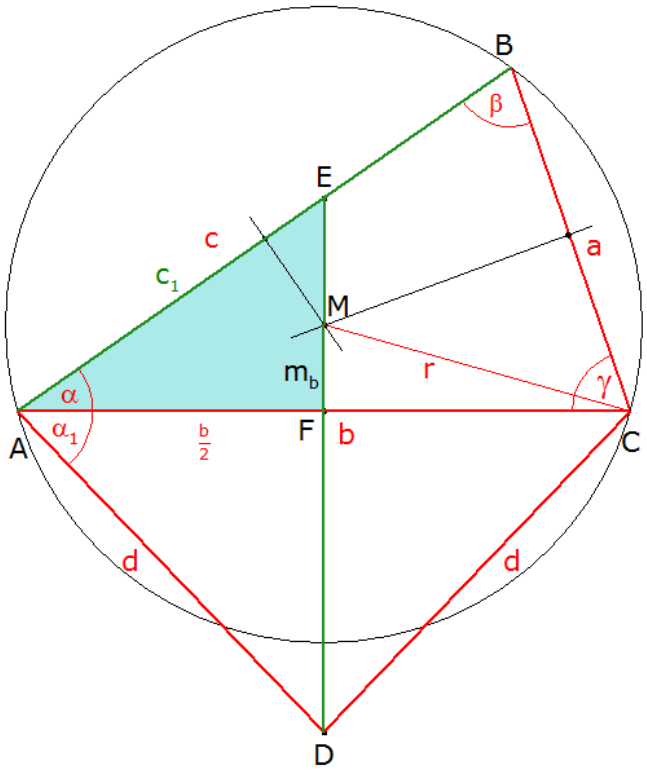
Kosinusfunktion im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck AEF

$$\cos 35^\circ = \frac{\frac{8,2}{2}}{c_1}$$

$$0,8192 = \frac{4,1}{c_1} \qquad \left| \cdot c_1 \right.$$

$$c_1 \cdot 0,8192 = 4,1 \qquad \left| : 0,8192 \right.$$

$$c_1 = 5,01\,\text{cm}$$



4. Berechnung der Strecke $\overline{DE} = f$:

$$f^2 = d^2 + c_1^2 - 2 \cdot d \cdot c_1 \cdot \cos(\alpha + \alpha_1)$$

Kosinussatz im allgemeinen grünen Teildreieck ADE

$$f^2 = 6^2 + 5,01^2 - 2 \cdot 6 \cdot 5,01 \cdot \cos(35^\circ + 46,9^\circ)$$

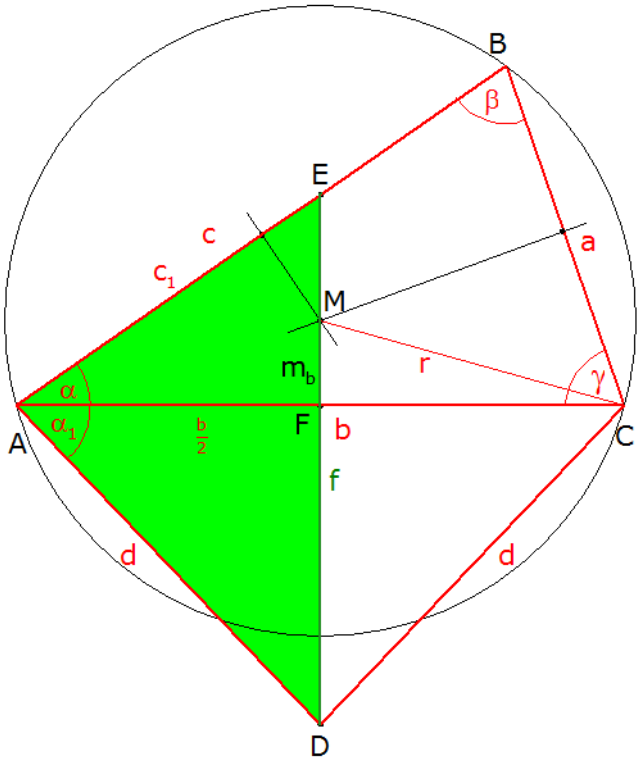
$$f^2 = 36 + 25,1 - 60,12 \cdot \cos 81,9^\circ$$

$$f^2 = 61,1 - 60,12 \cdot 0,1409$$

$$f^2 = 61,1 - 8,471$$

$$f^2 = 52,629 \qquad \left| \sqrt{\ } \right.$$

$$f = 7,255\,\text{cm}$$



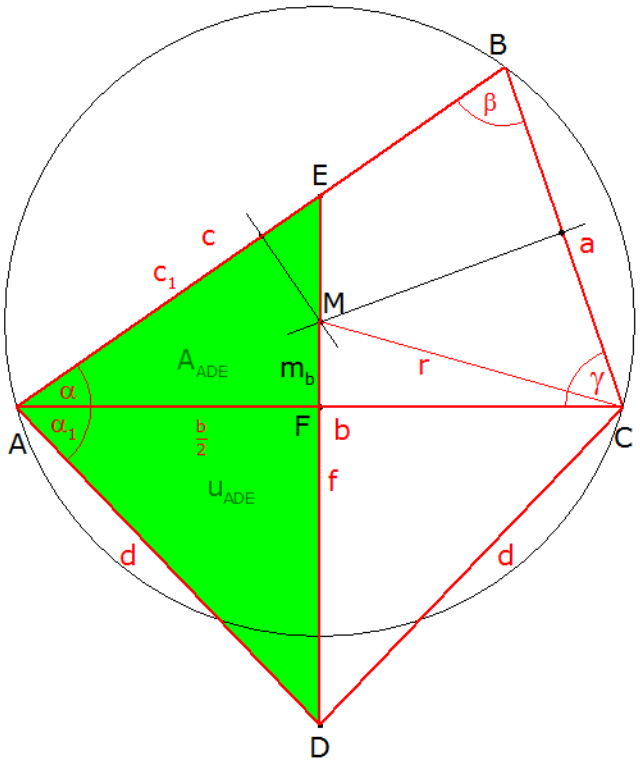
Lösung 1976 5c/1:

5. Berechnung des Dreieckumfangs u_{ADE}:

$$u_{ADE} = d + c_1 + f$$

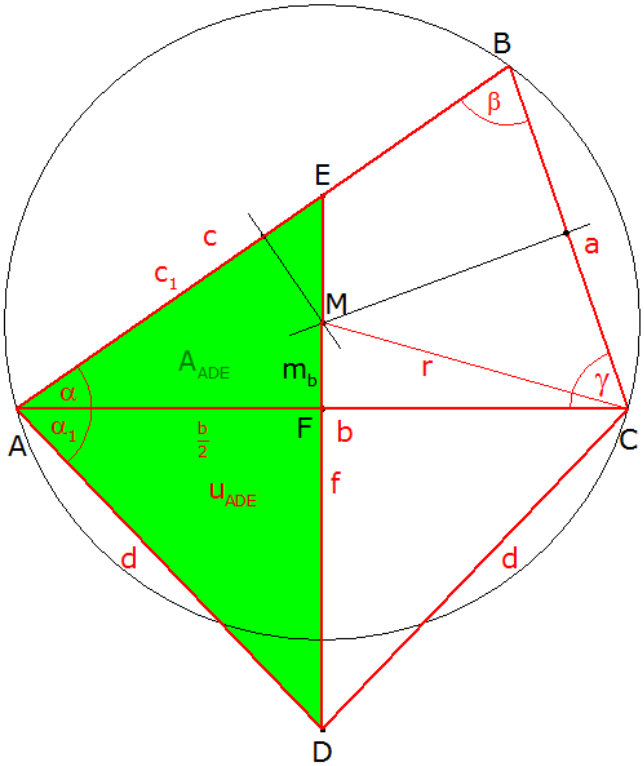
$$u_{ADE} = 6 + 5{,}01 + 7{,}255$$

$$u_{ADE} = 18{,}265\,cm$$



6. Berechnung der Dreiecksfläche A_{ADE}:

$$A_{ADE} = \frac{1}{2} \cdot f \cdot \frac{b}{2}$$

$$A_{ADE} = \frac{1}{2} \cdot 7{,}255 \cdot \frac{8{,}2}{2}$$

$$A_{ADE} = 14{,}87\,cm^2$$