Aufgabe 1976 4d: **2 P**

Von einem Trapez sind die Längen der Strecken $\overline{AB} = a = 8,4\,cm$, $\overline{BC} = b = 4,5\,cm$ und $\overline{CD} = c = 5,6\,cm$, sowie die Höhe $h_1 = 3,9\,cm$ bekannt. Verlängert man $\overline{AD}$ über D hinaus und $\overline{BC}$ über C hinaus, so schneiden sich die Verlängerungen in F. Berechne sowohl die Höhe h_2 des Dreiecks ABF als auch die Größe des Winkels $AFB = \varepsilon$.

Lösung 1976 4d:

1. Berechnung der Strecke $\overline{BF} = b'$:

$$\frac{b'-b}{b'} = \frac{c}{a}$$ 2. Strahlensatz

$$\frac{b'-4,5}{b'} = \frac{5,6}{8,4}$$

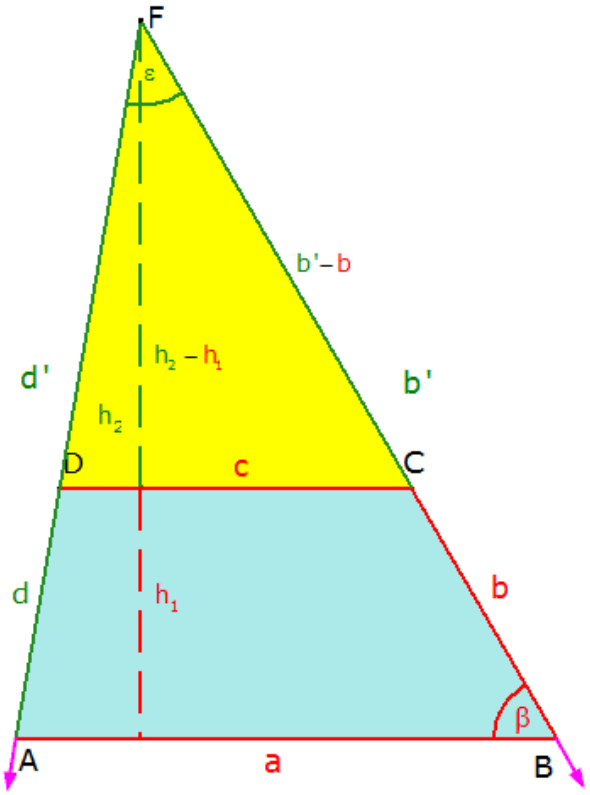
$$\frac{b'-4,5}{b'} = 0,6667 \quad |\cdot b'$$

$$b'-4,5 = 0,6667\cdot b' \quad |+4,5$$

$$b' = 0,6667\cdot b'+4,5 \quad |-0,6667\cdot b'$$

$$0,3333\cdot b' = 4,5 \quad |:0,3333$$

$$\underline{b' = 13,5\,cm}$$



2. Berechnung der Dreieckshöhe h_2:

$$\frac{h_2-h_1}{h_2} = \frac{c}{a}$$ 2. Strahlensatz

$$\frac{h_2-3,9}{h_2} = \frac{5,6}{8,4}$$

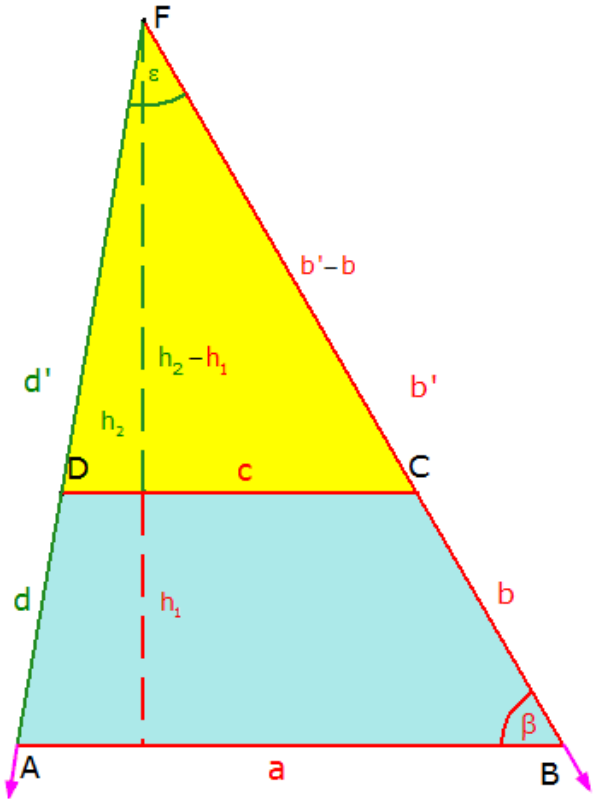
$$\frac{h_2-3,9}{h_2} = 0,6667 \quad |\cdot h_2$$

$$h_2-3,9 = 0,6667\cdot h_2 \quad |+3,9$$

$$h_2 = 0,6667\cdot h_2+3,9 \quad |-0,6667\cdot h_2$$

$$0,3333\cdot h_2 = 3,9 \quad |:0,3333$$

$$\underline{\underline{h_2 = 11,7\,cm}}$$



Lösung 1976 4d:

3. Berechnung der Strecke $\overline{AF} = d'$:

$d'^2 = a^2 + b'^2 - 2 \cdot a \cdot b' \cdot \cos\beta$ Kosinussatz im allgemeinen grünen Dreieck

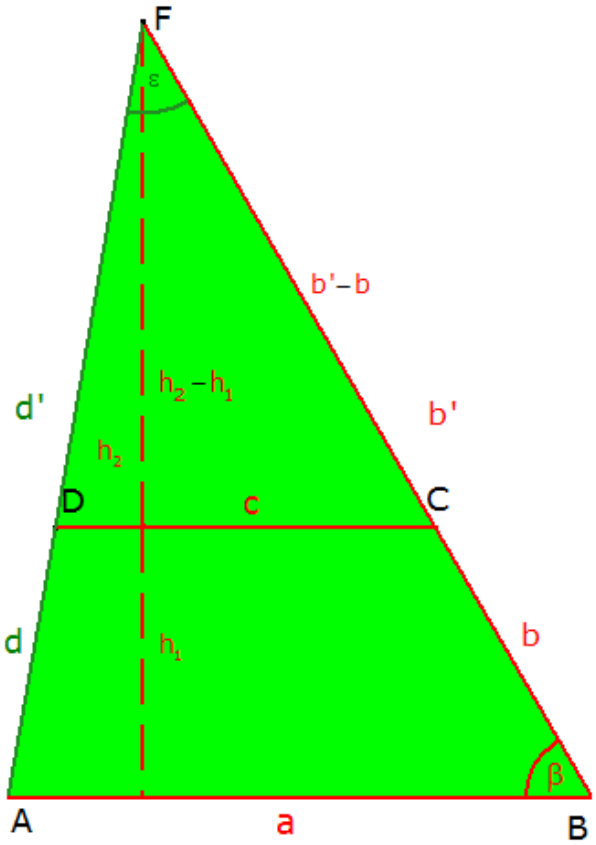
$d'^2 = 8,4^2 + 13,5^2 - 2 \cdot 8,4 \cdot 13,5 \cdot \cos 60,1^\circ$

$d'^2 = 70,56 + 182,25 - 226,8 \cdot 0,4985$

$d'^2 = 70,56 + 182,25 - 113,06$

$d'^2 = 139,75 \quad | \sqrt{\ }$

$\underline{d' = 11,82\,\text{cm}}$



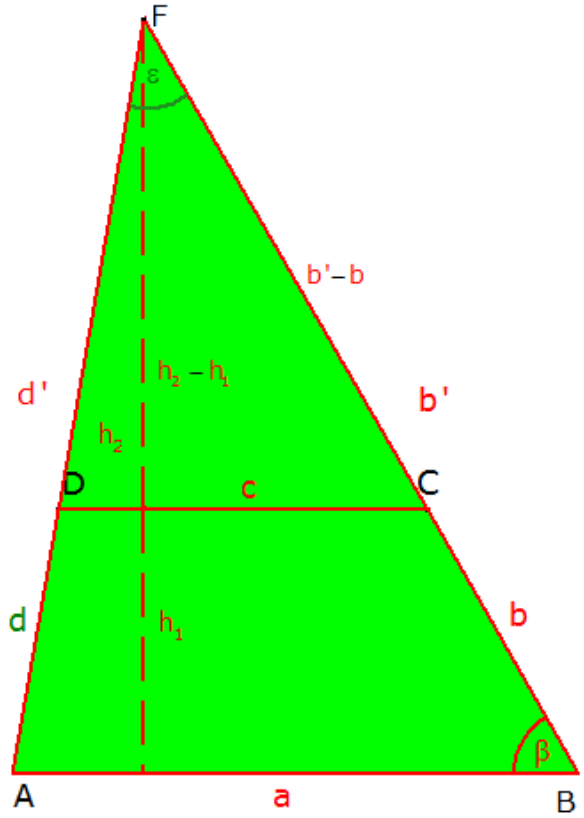
4. Berechnung des Winkels ε:

$\frac{\sin\varepsilon}{a} = \frac{\sin\beta}{d'}$ Sinussatz im allgemeinen grünen Dreieck ABF

$\frac{\sin\varepsilon}{8,4} = \frac{\sin 60,1^\circ}{11,82}$

$\frac{\sin\varepsilon}{8,4} = \frac{0,8669}{11,82}$

$\frac{\sin\varepsilon}{8,4} = 0,07334 \quad | \cdot 8,4$

$\sin\varepsilon = 0,6161$

$\underline{\underline{\varepsilon = 38,03^\circ}}$