

Aufgabe 1976 3e:

3 P

Ein Dreieck ABC' ist durch die Eckpunkte A(2|1), B(12|1) und C'(7,5|1+a) gegeben, wobei $a > 0$ gilt.

Das Dreieck rotiert um eine Achse, die parallel zur x-Achse durch den Punkt C' verläuft.

1. Berechne das Volumen V_1 des Drehkörpers.
2. Für welchen Wert a beträgt das Volumen des Drehkörpers $V_1 = 60\pi \text{ cm}^3$?

Lösung 1976 3e:

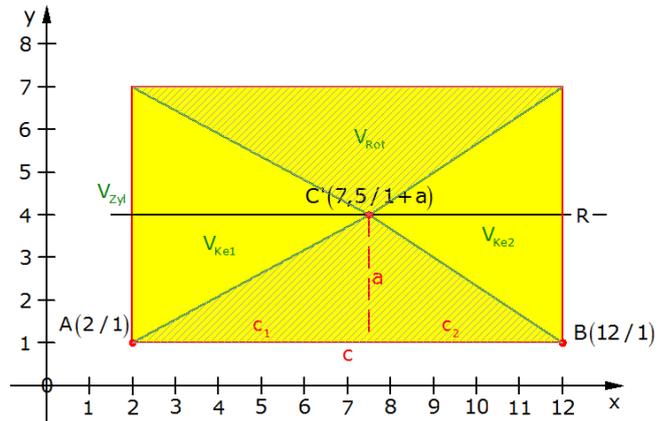
1. Berechnung des Zylindervolumens :

$$V_{\text{Zyl}} = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{\text{Zyl}} = \pi \cdot a^2 \cdot c$$

$$V_{\text{Zyl}} = \pi \cdot a^2 \cdot 10$$

$$\underline{V_{\text{Zyl}} = 10\pi a^2 \text{ cm}^3}$$



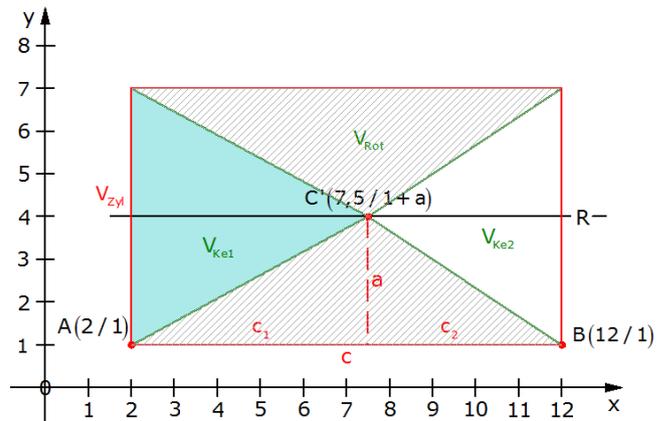
2. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke1} :

$$V_{\text{Ke1}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{\text{Ke1}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot a^2 \cdot c_1$$

$$V_{\text{Ke1}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot a^2 \cdot 5,5$$

$$\underline{V_{\text{Ke1}} = \frac{5,5}{3} \cdot \pi \cdot a^2 \text{ cm}^3}$$



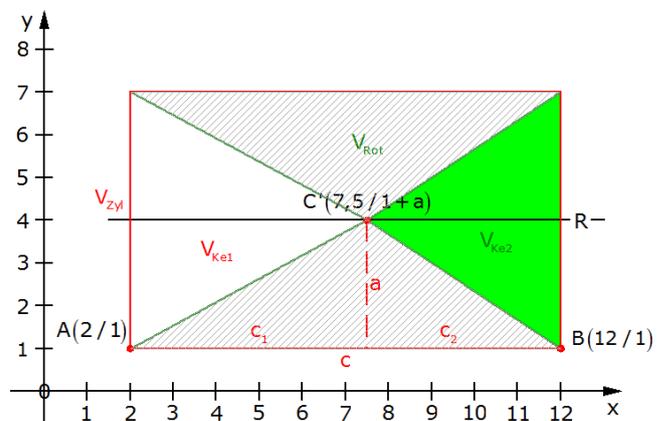
3. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke2} :

$$V_{\text{Ke2}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{\text{Ke2}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot a^2 \cdot c_2$$

$$V_{\text{Ke2}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot a^2 \cdot 4,5$$

$$\underline{V_{\text{Ke2}} = \frac{4,5}{3} \cdot \pi \cdot a^2 \text{ cm}^3}$$



Lösung 1976 3e:

4. Berechnung des Rotationskörpervolumens V_{Rot} :

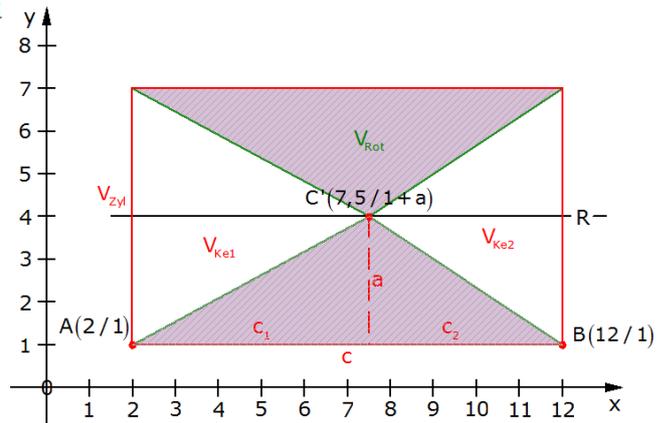
$$V_{\text{Rot}} = V_{\text{Zyl}} - V_{\text{Ke1}} - V_{\text{Ke2}}$$

$$V_{\text{Rot}} = 10\pi a^2 - \frac{5,5}{3} \cdot \pi \cdot a^2 - \frac{4,5}{3} \cdot \pi \cdot a^2$$

$$V_{\text{Rot}} = 10\pi a^2 - \frac{10}{3} \cdot \pi \cdot a^2$$

$$V_{\text{Rot}} = \frac{30}{3} \pi a^2 - \frac{10}{3} \cdot \pi \cdot a^2$$

$$V_{\text{Rot}} = \frac{20}{3} \pi a^2 \text{ cm}^3$$



5. Berechnung von a für $V_{\text{Rot}} = 60\pi \text{ cm}^3$:

$$\frac{20}{3} \pi a^2 = 60\pi \quad | : \pi$$

$$\frac{20}{3} a^2 = 60 \quad | \cdot \frac{3}{20}$$

$$a^2 = 9 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$\underline{\underline{a = 3 \text{ cm}}}$$