

Aufgabe 1976 3d:

3 P

In einem rechtwinkligen Koordinatensystem (Längeneinheit = 1cm) ist ein Dreieck durch die Eckpunkte $A(2|1)$, $B(12|1)$ und $C(7,5|7)$ gegeben.

Um einen Punkt $M(6|-3)$ wird ein Kreis mit $r = 5\text{cm}$ beschrieben.

Dieser Kreis schneidet aus dem Dreieck eine Kreisabschnittsfläche heraus. Berechne die Restfläche des Dreiecks ABC.

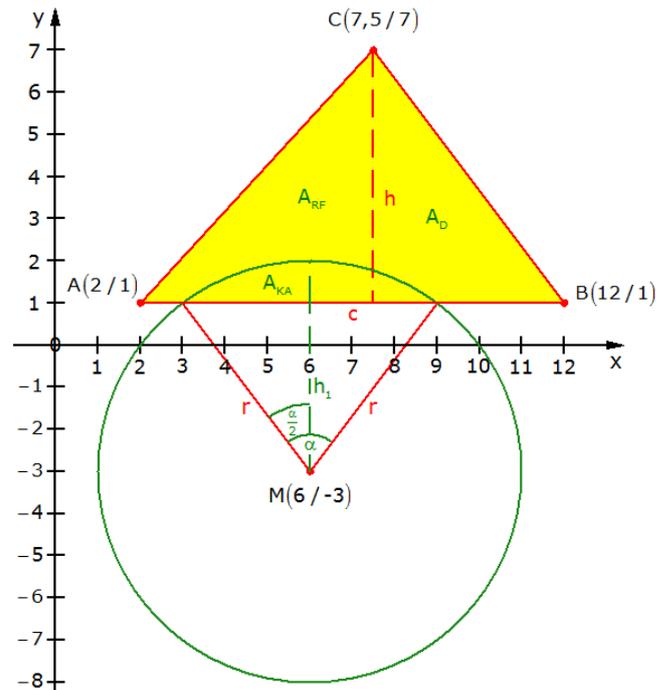
Lösung 1976 3d:

1. Berechnung der Dreiecksfläche A_D :

$$A_D = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h$$

$$A_D = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6$$

$$\underline{A_D = 30\text{cm}^2}$$



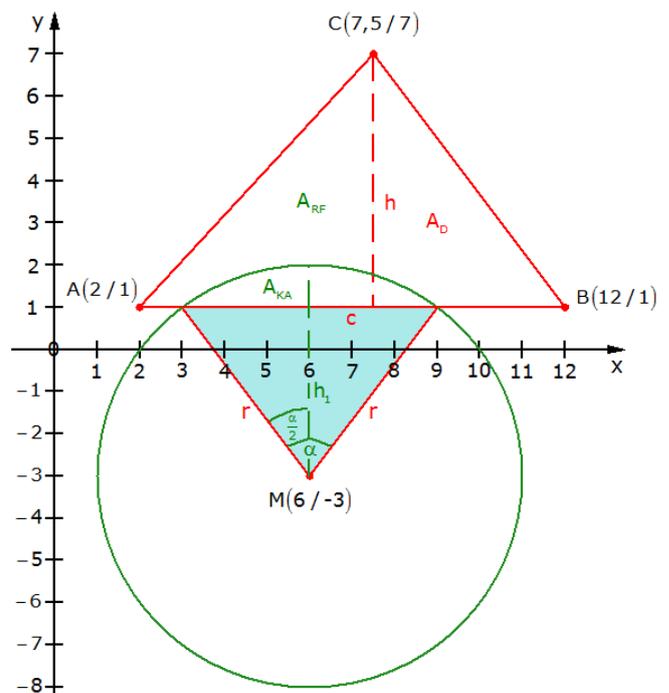
2. Berechnung der Höhe h_1 :

$$h_1 = y_A - y_M$$

$$h_1 = 1 - (-3)$$

$$h_1 = 1 + 3$$

$$\underline{h_1 = 4\text{cm}}$$



Lösung 1976 3d:

3. Berechnung des Winkels α :

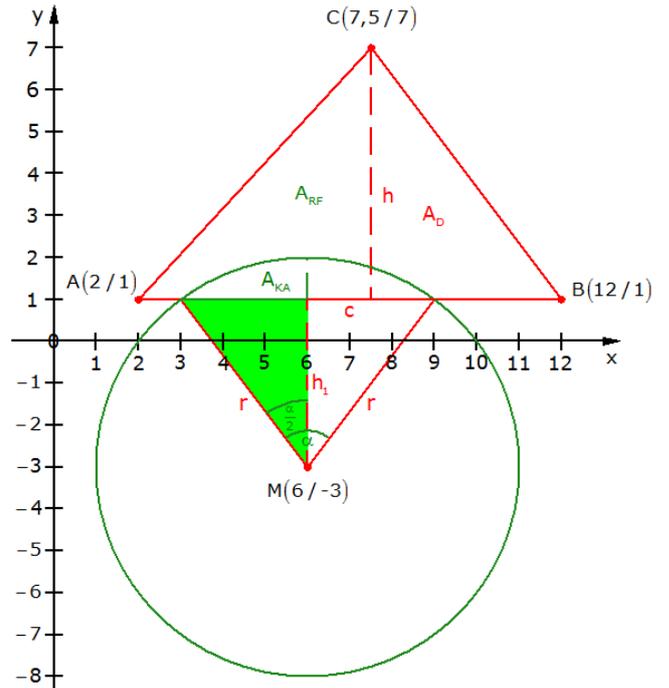
$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{h_1}{r}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{4}{5}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = 0,8$$

$$\frac{\alpha}{2} = 36,9^\circ \quad | \cdot 2$$

$$\underline{\alpha = 73,8^\circ}$$



4. Berechnung der Kreisabschnittsfläche A_{KA} :

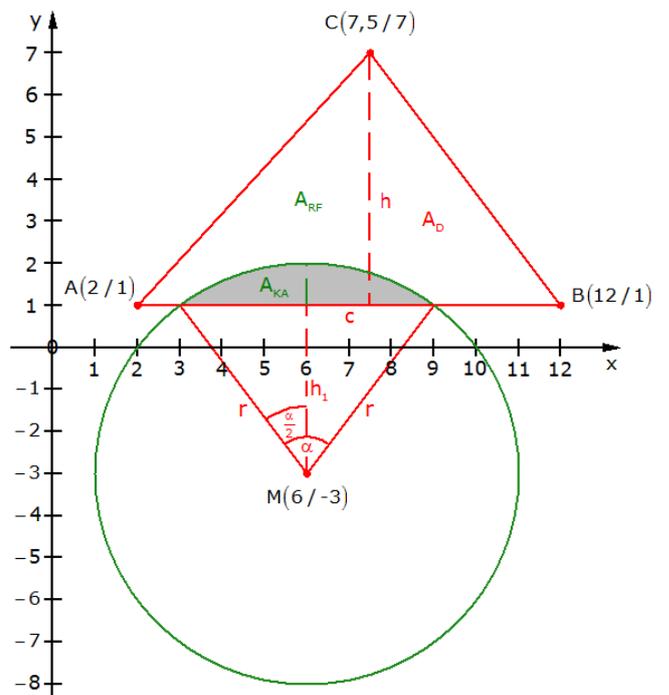
$$A_{KA} = \frac{r^2}{2} \cdot \left(\frac{\pi \cdot \alpha}{180^\circ} - \sin \alpha \right)$$

$$A_{KA} = \frac{5^2}{2} \cdot \left(\frac{\pi \cdot 73,8^\circ}{180^\circ} - \sin 73,8^\circ \right)$$

$$A_{KA} = \frac{25}{2} \cdot (1,2881 - 0,9603)$$

$$A_{KA} = 12,5 \cdot 0,3278$$

$$\underline{A_{KA} = 4,10 \text{ cm}^2}$$



Lösung 1976 3d:

5. Berechnung der Restfläche A_{RF} :

$$A_{RF} = A_D - A_{KA}$$

$$A_{RF} = 30 - 4,1$$

$$\underline{\underline{A_{RF} = 25,9 \text{ cm}^2}}$$

