

Aufgabe 1976 2c:

3 P

Die Differenz des dritten und ersten Gliedes einer geometrischen Reihe beträgt $40v$, die Summe des zweiten und ersten Gliedes ist $20v$.

1. Berechne q , wenn $q > 0$ gilt.

2. Für welche Zahl v wird die Summe der ersten 5 Glieder dieser Reihe 4235?

Lösung 1976 2c:

1. Berechnung von q :

$$I: g_3 - g_1 = 40v$$

$$I: g_1 \cdot q^2 - g_1 = 40v \quad \text{Gemeinsamen Faktor ausklammern}$$

$$I: g_1 (q^2 - 1) = 40v \quad | : (q^2 - 1)$$

$$I: g_1 = \frac{40v}{q^2 - 1}$$

$$II: g_2 + g_1 = 20v$$

$$II: g_1 \cdot q + g_1 = 20v \quad \text{Gemeinsamen Faktor ausklammern}$$

$$II: g_1 (q + 1) = 20v \quad | : (q + 1)$$

$$II: g_1 = \frac{20v}{q + 1}$$

$$I = II: \frac{40v}{q^2 - 1} = \frac{20v}{q + 1} \quad \text{Gleichsetzungsverfahren}$$

$$\frac{40v}{q^2 - 1} = \frac{20v}{q + 1} \quad | \cdot (q^2 - 1)$$

$$40v = \frac{20v}{q + 1} \cdot (q^2 - 1)$$

$$40v = \frac{20v \cdot (q^2 - 1)}{q + 1} \quad | : 20v$$

$$\frac{40v}{20v} = \frac{q^2 - 1}{q + 1}$$

$$2 = \frac{(q + 1)(q - 1)}{q + 1} \quad \text{Bruch kürzen}$$

$$2 = q - 1 \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$q - 1 = 2 \quad | + 1$$

$$\underline{\underline{q = 3}}$$

Lösung 1976 2c:

2. Berechnung von g_1 :

$$g_1 + g_2 = 20v$$

$$g_1 + g_1 \cdot q = 20v \quad q = 3$$

$$g_1 + g_1 \cdot 3 = 20v$$

$$4g_1 = 20v \quad | :4$$

$$\underline{\underline{g_1 = 5v}}$$

3. Berechnung von v :

$$s_n = g_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$4235 = 5v \cdot \frac{3^5 - 1}{3 - 1} \quad s_5 = 4235 \wedge q = 3 \wedge n = 5$$

$$4235 = 5v \cdot \frac{243 - 1}{2}$$

$$4235 = 5v \cdot \frac{242}{2}$$

$$4235 = 5v \cdot 121$$

$$4235 = 605v \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$605v = 4235 \quad | :605$$

$$\underline{\underline{v = 7}}$$