Aufgabe 1976 1b: **4 P**

In einer arithmetischen Reihe mit $a_1 = 36$ und $d = 8$ ist die Summe der ersten n Glieder fünfmal so groß wie das Glied a_n. Bestimme n, a_n und s_n dieser Reihe.

Lösung 1976 1b:

1. Berechnung von n:

$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ Summenformel

$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_1 + (n-1)\cdot d)$

$s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)\cdot d)$ $a_1 = 36 \wedge d = 8$

$s_n = \frac{n}{2}(2\cdot 36 + (n-1)\cdot 8)$

$s_n = \frac{n}{2}(72 + 8n - 8)$

$s_n = 36n + 4n^2 - 4n$

$\underline{(1)\ s_n = 4n^2 + 32n}$

$s_n = 5\cdot a_n$

$s_n = 5\cdot(a_1 + (n-1)\cdot d)$ $a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$

$s_n = 5\cdot(36 + (n-1)\cdot 8)$ $a_1 = 36 \wedge d = 8$

$s_n = 5\cdot(36 + 8n - 8)$

$s_n = 5\cdot(8n + 28)$

$\underline{(2)\ s_n = 40n + 140}$

$(1) = (2):\ 4n^2 + 32n = 40n + 140 \quad | -40n - 140$

$4n^2 - 8n - 140 = 0 \quad | :4$

$n^2 - 2n - 35 = 0$ Normalform einer quadratischen Gleichung

$n^2 - 2n - 35 = 0$

$x^2 + px + q = 0$

$p = -2$

$q = -35$ p und q bestimmen

$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$ Lösungsformel

$x_{1,2} = -\frac{-2}{2} \pm \sqrt{\frac{(-2)^2}{4} - (-35)}$

$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{\frac{4}{4} + 35}$

$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1 + 35}$

$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{36}$

$x_{1,2} = 1 \pm 6$

$x_1 = 1 + 6$

$\underline{x_1 = 7}$

Lösung 1976 1b:

$x_2 = 1 - 6$

$\cancel{x_2 = -5}$ keine Lösung, da negativ

$\underline{\underline{n = 7}}$

2. Berechnung von a_7:

$a_7 = a_1 + 6 \cdot d \qquad a_1 = 36 \wedge d = 8$

$a_7 = 36 + 6 \cdot 8$

$a_7 = 36 + 48$

$\underline{\underline{a_7 = 84}}$

3. Berechnung von s_7:

$s_7 = \frac{7}{2}(a_1 + a_7) \qquad s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

$s_7 = 3{,}5(36 + 84) \quad a_1 = 36 \wedge a_7 = 84$

$s_7 = 3{,}5 \cdot 120$

$\underline{\underline{s_7 = 420}}$