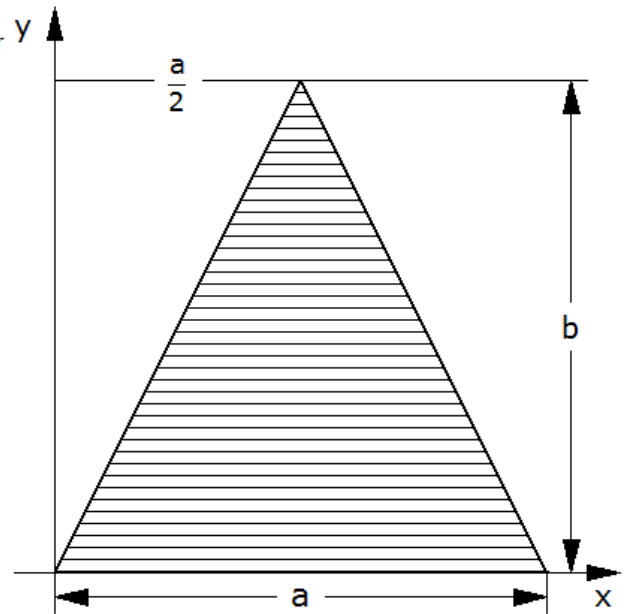


Aufgabe 1975 8c:

3 P

Durch Drehung der (nebenstehenden) schraffierten Fläche um die x-Achse bzw. um die y-Achse entstehen Drehkörper mit den Rauminhalten V_x bzw. V_y .

Leite für $b = 2a$ Formeln für V_x und V_y in Abhängigkeit von a her und bestimme das Zahlenverhältnis beider Rauminhalte.



Lösung 1975 8c:

1. Berechnung des Kegelvolumens $V_{Ke1} = V_{Ke2}$:

$$V_{Ke1} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{Ke1} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot b^2 \cdot \frac{a}{2}$$

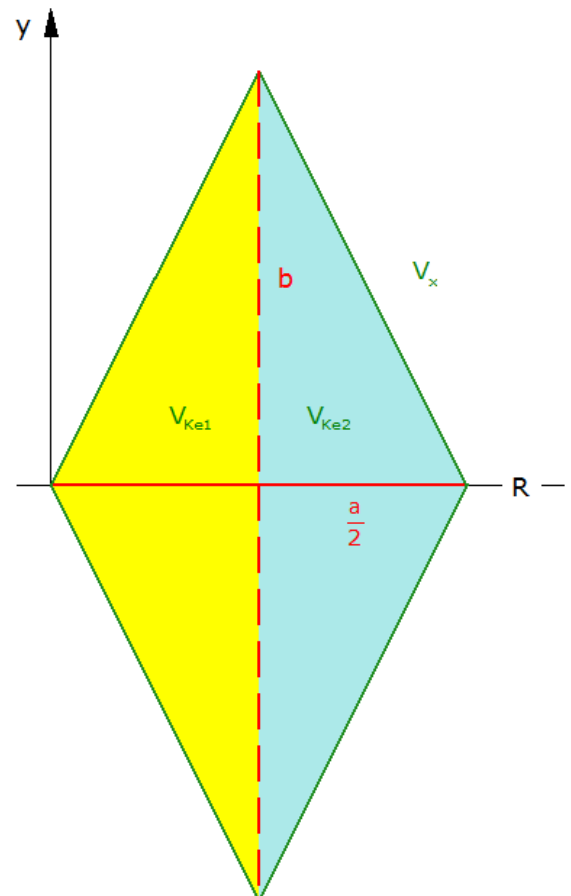
$$V_{Ke1} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (2a)^2 \cdot \frac{a}{2}$$

$$V_{Ke1} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4a^2 \cdot \frac{a}{2}$$

$$V_{Ke1} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2a^2 \cdot a$$

$$V_{Ke1} = \frac{2}{3} \pi a^3$$

$$V_{Ke2} = \frac{2}{3} \pi a^3$$



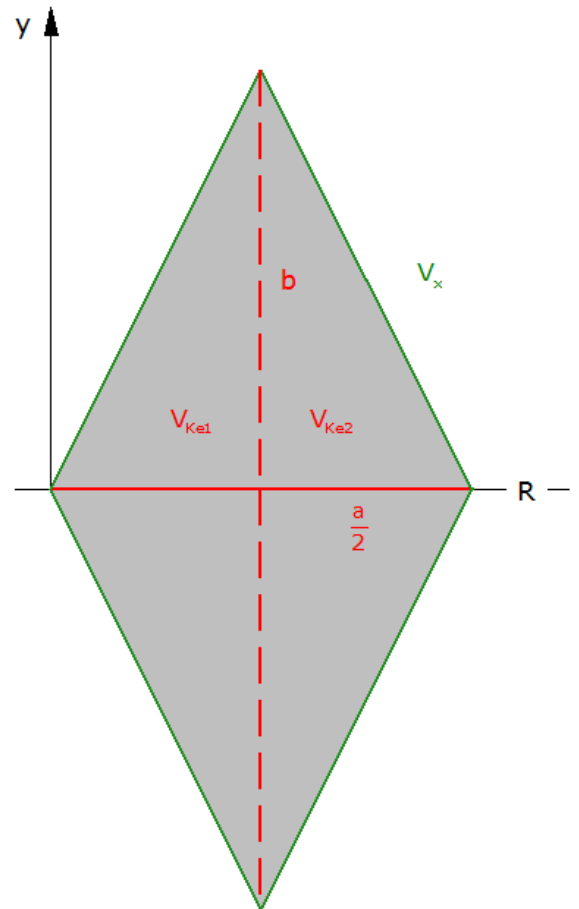
Lösung 1975 8c:

2. Berechnung des Rotationskörpervolumens V_x :

$$V_x = V_{Ke1} + V_{Ke2}$$

$$V_x = \frac{2}{3} \pi a^3 + \frac{2}{3} \pi a^3$$

$$\underline{\underline{V_x = \frac{4}{3} \pi a^3}}$$



3. Berechnung des Kegelstumpfvolumens V_{KeSt} :

$$V_{KeSt} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$$

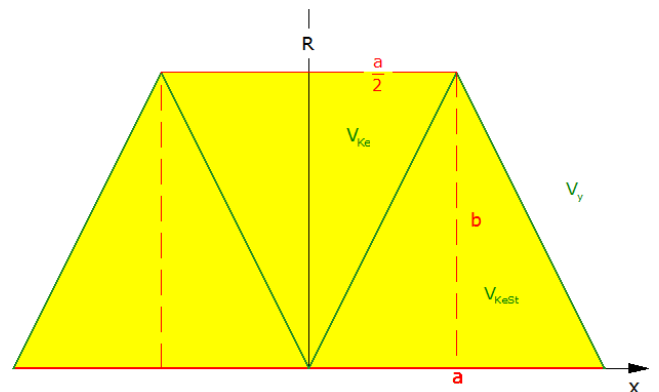
$$V_{KeSt} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot b \cdot \left(a^2 + a \cdot \frac{a}{2} + \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right)$$

$$V_{KeSt} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2a \cdot \left(a^2 + \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{4} \right)$$

$$V_{KeSt} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2a \cdot \left(\frac{4a^2}{4} + \frac{2a^2}{4} + \frac{a^2}{4} \right)$$

$$V_{KeSt} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2a \cdot \frac{7a^2}{4}$$

$$\underline{\underline{V_{KeSt} = \frac{7}{6} \pi a^3}}$$



Lösung 1975 8c:

4. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke} :

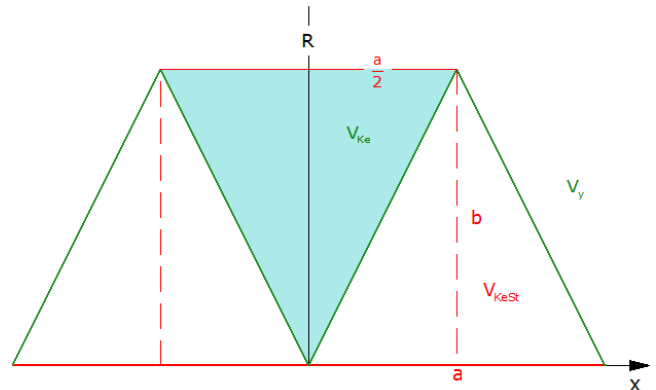
$$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot b$$

$$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{a^2}{4} \cdot 2a$$

$$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a$$

$$V_{Ke} = \frac{1}{6} \pi a^3$$



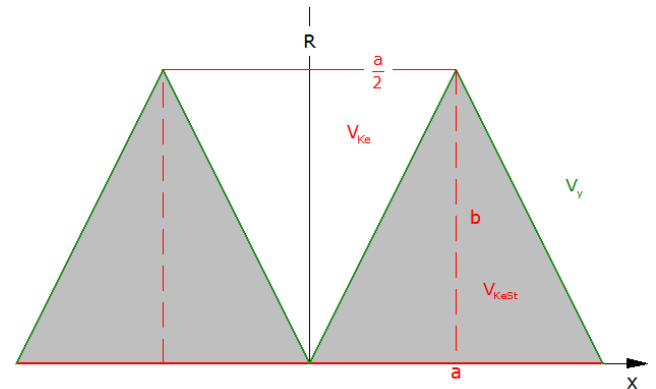
5. Berechnung des Rotationskörpervolumens V_y :

$$V_y = V_{KeSt} - V_{Ke}$$

$$V_y = \frac{7}{6} \pi a^3 - \frac{1}{6} \pi a^3$$

$$V_y = \frac{6}{6} \pi a^3$$

$$V_y = \pi a^3$$



6. Berechnung des Verhältnisses $V_x : V_y$:

$$V_x : V_y = \frac{4}{3} \pi a^3 : \pi a^3$$

$$\frac{V_x}{V_y} = \frac{\frac{4}{3} \pi a^3}{\pi a^3}$$

Bruch kürzen

$$\frac{V_x}{V_y} = \frac{4}{3}$$

$$V_x : V_y = 4 : 3$$