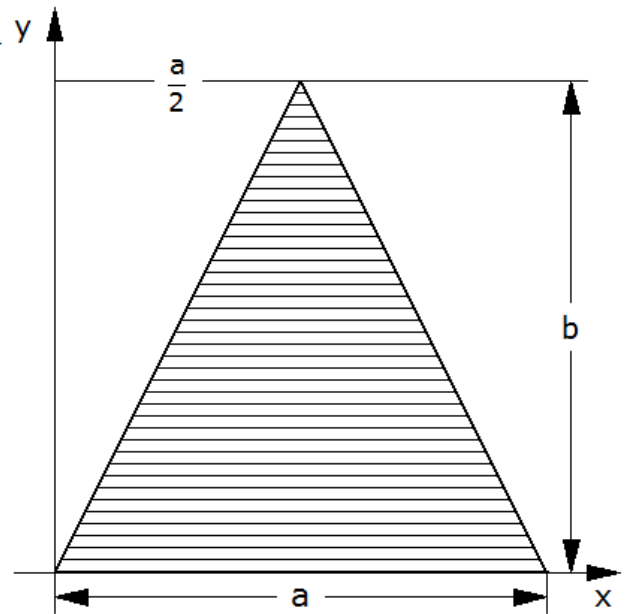


Aufgabe 1975 8a:

4 P

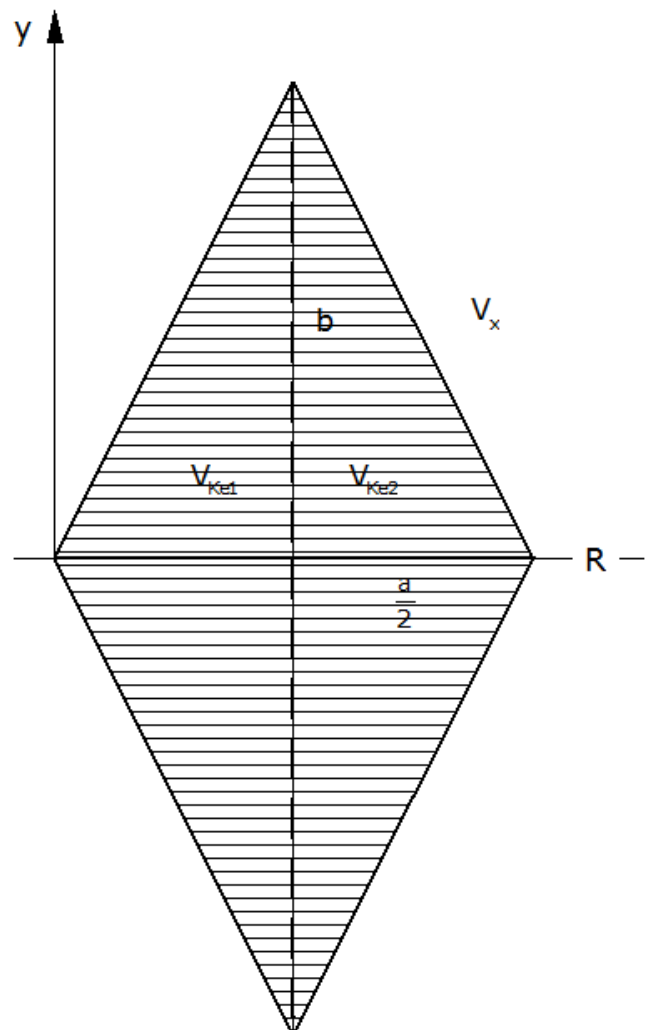
Durch Drehung der (nebenstehenden) schraffierten Fläche um die x-Achse bzw. um die y-Achse entstehen Drehkörper mit den Rauminhalten V_x bzw. V_y .

Zeichne einen Achsenschnitt durch beide Drehkörper für $a = b = 6 \text{ cm}$ und berechne für diese Werte V_x und V_y als Vielfaches von π .



Lösung 1975 8a:

1. Zeichnung der Drehung um die x-Achse:



Lösung 1975 8a:

2. Berechnung des Kegelvolumens $V_{Ke1} = V_{Ke2}$:

$$V_{Ke1} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

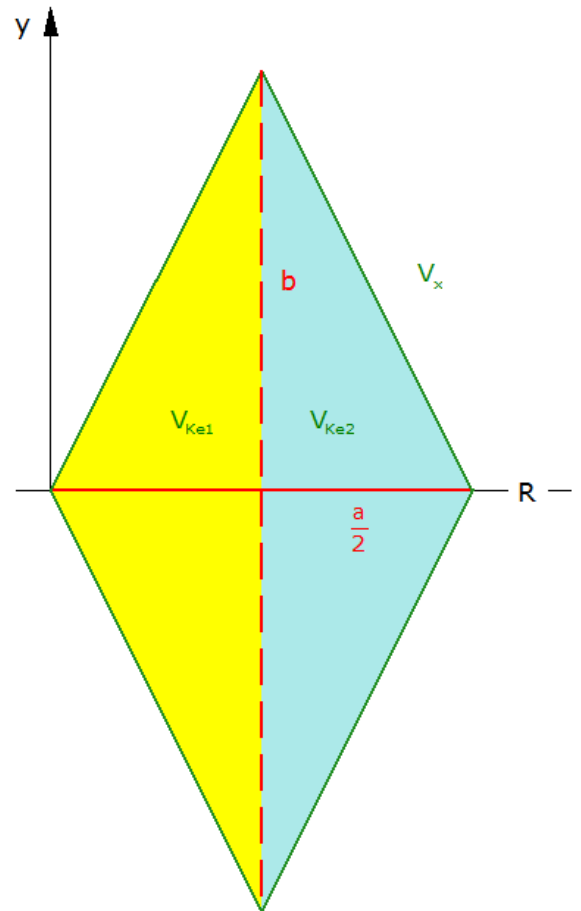
$$V_{Ke1} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot b^2 \cdot \frac{a}{2}$$

$$V_{Ke1} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot \frac{6}{2}$$

$$V_{Ke1} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 36 \cdot 3$$

$$V_{Ke1} = 36\pi \text{ cm}^3$$

$$V_{Ke2} = 36\pi \text{ cm}^3$$

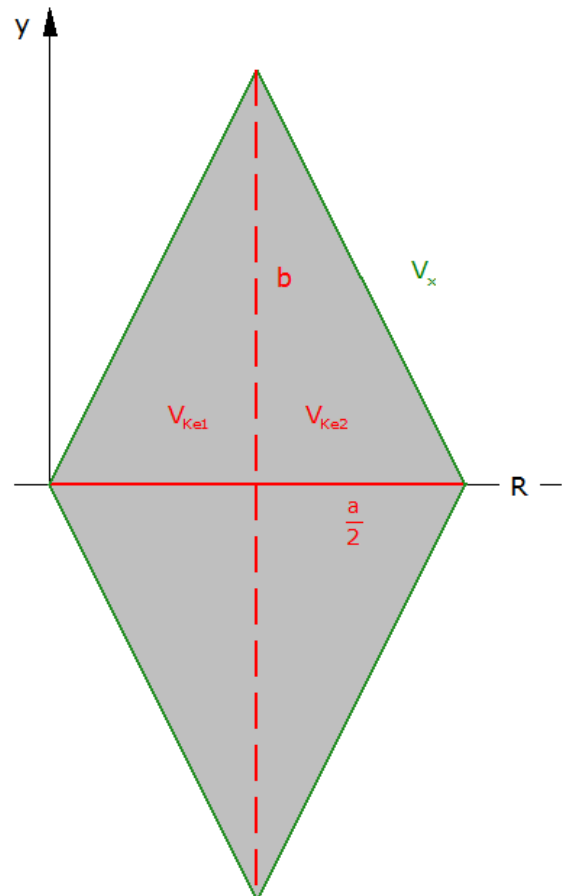


3. Berechnung des Rotationskörpervolumens V_x :

$$V_x = V_{Ke1} + V_{Ke2}$$

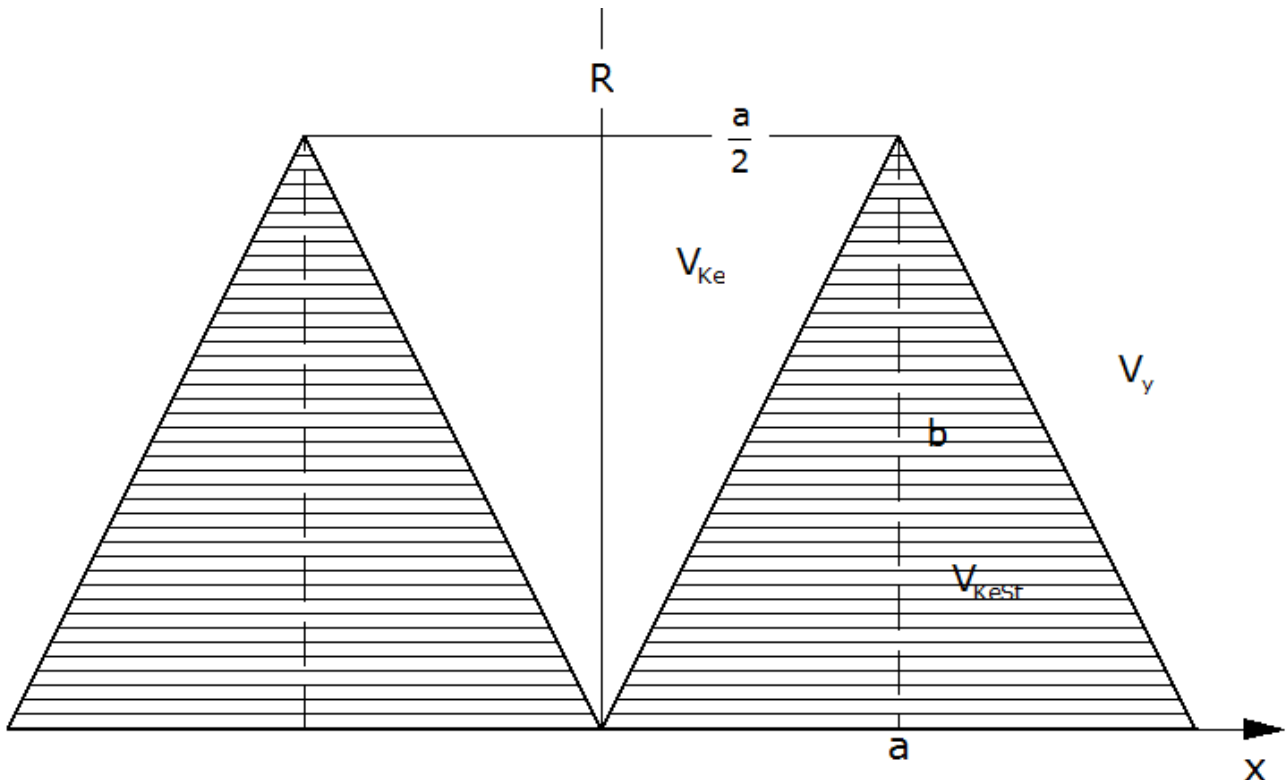
$$V_x = 36\pi + 36\pi$$

$$V_x = 72\pi \text{ cm}^3$$



Lösung 1975 8a:

4. Zeichnung der Drehung um die y-Achse:



5. Berechnung des Kegelstufenvolumens V_{KeSt} :

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot b \cdot \left(a^2 + a \cdot \frac{a}{2} + \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right)$$

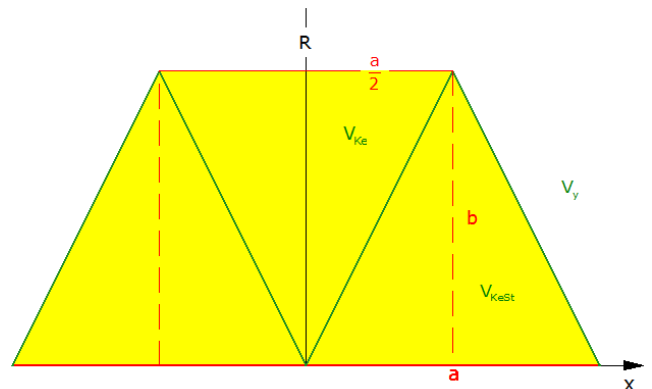
$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6 \cdot \left(6^2 + 6 \cdot \frac{6}{2} + \left(\frac{6}{2} \right)^2 \right)$$

$$V_{\text{KeSt}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6 \cdot (36 + 6 \cdot 3 + 3^2)$$

$$V_{\text{KeSt}} = 2 \cdot \pi \cdot (36 + 18 + 9)$$

$$V_{\text{KeSt}} = 2 \cdot \pi \cdot 63$$

$$\underline{V_{\text{KeSt}} = 126 \pi \text{ cm}^3}$$



Lösung 1975 8a:

6. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke} :

$$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot b$$

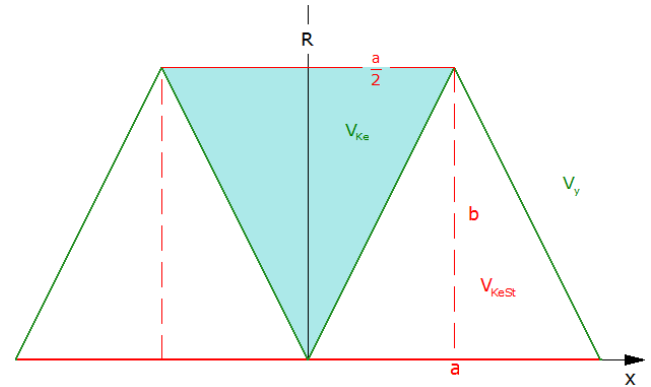
$$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{6}{2}\right)^2 \cdot 6$$

$$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 6$$

$$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9 \cdot 6$$

$$V_{Ke} = \pi \cdot 3 \cdot 6$$

$$\underline{V_{Ke} = 18\pi \text{ cm}^3}$$



7. Berechnung des Rotationskörpervolumens V_y :

$$V_y = V_{KeSt} - V_{Ke}$$

$$V_y = 126\pi - 18\pi$$

$$\underline{\underline{V_y = 108\pi \text{ cm}^3}}$$

