Aufgabe 1975 7c: **3 P**

In einen Würfel mit der Kantenlänge a = 6 cm wird eine Pyramide eingesetzt. Die Grundfläche dieser Pyramide entsteht durch Verbindung der Mittelpunkte der vier unteren Würfelkanten, die Spitze liegt im Mittelpunkt der oberen Würfelfläche. Zeige, dass sich für die Oberfläche der Pyramide in Abhängigkeit von a der Term $O = 2a^2$ ergibt.

Lösung 1975 7c:

1. Berechnung der Pyramidengrundseite b:

$$b^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$ Pythagoras im rechtwinkligen hellblauen Teildreieck

$$b^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4}$$

$$b^2 = \frac{2a^2}{4}$$

$$b^2 = \frac{a^2}{2} \quad \left|\ \sqrt{\ }\right.$$

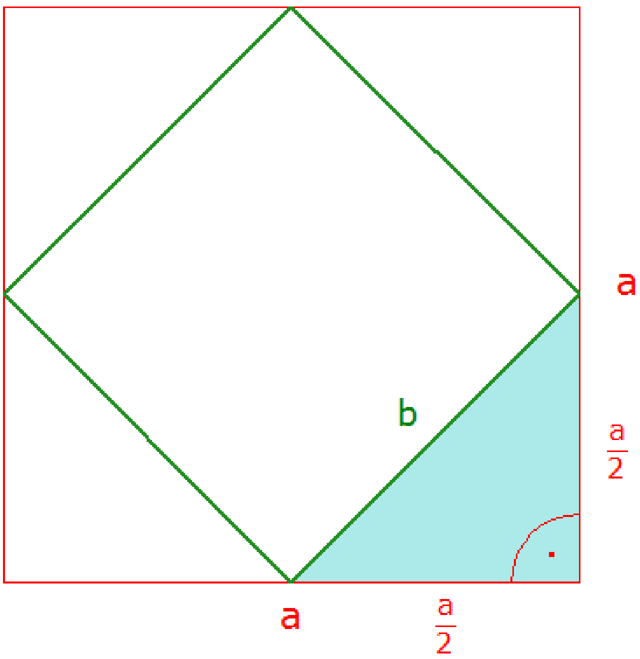
$$b = \sqrt{\frac{a^2}{2}}$$ Wurzelgesetz $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

$$b = \frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{2}}$$

$$b = \frac{a}{\sqrt{2}}$$ Bruch erweitern

$$b = \frac{a \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}$$

$$\underline{b = \frac{a \cdot \sqrt{2}}{2}}$$



2. Berechnung der Höhe der Pyramidenseitenfläche h_s:

$$h_s^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + h^2$$ Pythagoras im rechtwinkligen grünen Teildreieck

$$h_s^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + a^2$$

$$h_s^2 = \frac{b^2}{4} + a^2$$ $b^2 = \frac{a^2}{2}$

$$h_s^2 = \frac{\frac{a^2}{2}}{4} + a^2$$

$$h_s^2 = \frac{a^2}{8} + a^2$$

Lösung 1975 7c:

$$h_s^2 = \frac{a^2}{8} + \frac{8}{8}a^2$$

$$h_s^2 = \frac{9}{8}a^2 \qquad \Big|\sqrt{}$$

$$h_s = \sqrt{\frac{9a^2}{8}}$$ Wurzelgesetz $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

$$h_s = \frac{\sqrt{9a^2}}{\sqrt{8}}$$

$$h_s = \frac{3a}{\sqrt{4 \cdot 2}}$$ Wurzelgesetz $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

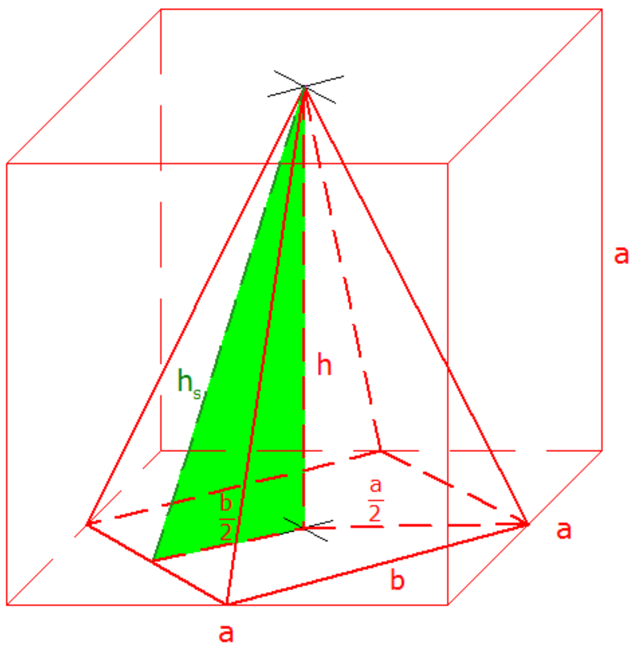
$$h_s = \frac{3a}{\sqrt{4} \cdot \sqrt{2}}$$

$$h_s = \frac{3a}{2 \cdot \sqrt{2}}$$ Bruch erweitern

$$h_s = \frac{3a \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}$$

$$h_s = \frac{3a\sqrt{2}}{2 \cdot 2}$$

$$h_s = \frac{3}{4}a\sqrt{2}$$



3. Berechnung der Pyramidengrundfläche G:

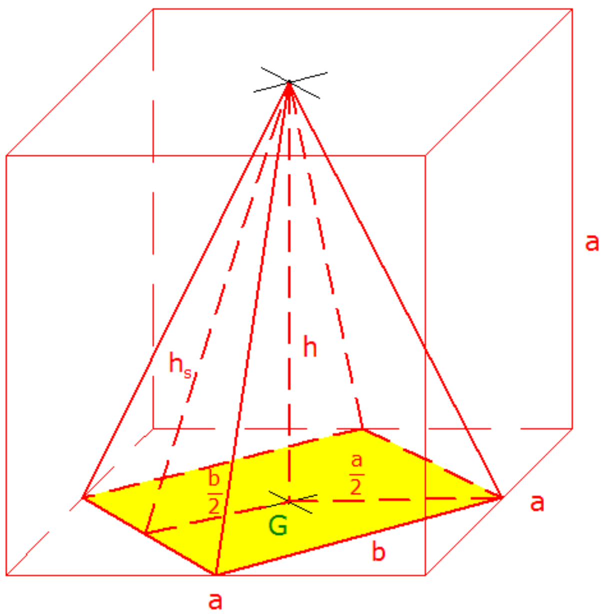
$$G = b^2$$

$$G = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$$G = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$G = \frac{2a^2}{4}$$

$$G = \frac{1}{2}a^2$$



Lösung 1975 7c:

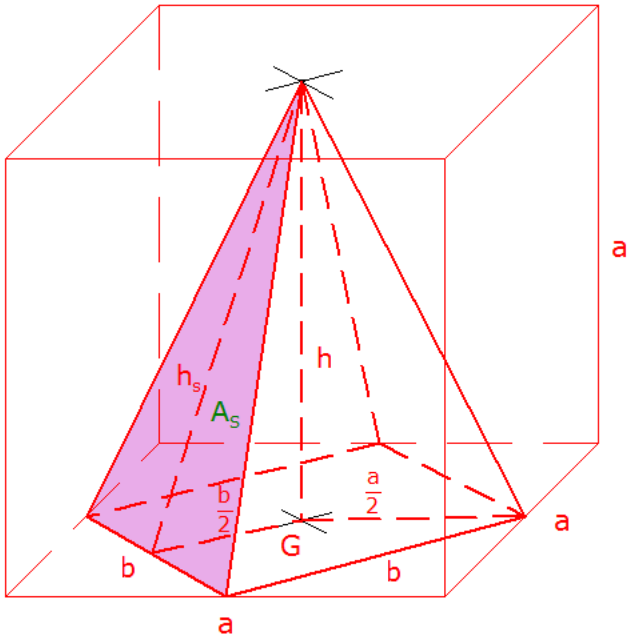
4. Berechnung der Pyramidenseitenfläche A_S:

$$A_S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h_s$$

$$A_S = \frac{1}{2} \cdot \frac{a \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3}{4} a \sqrt{2}$$

$$A_S = \frac{3}{16} \cdot a^2 \cdot 2$$

$$\underline{A_S = \frac{3}{8} \cdot a^2}$$



5. Berechnung der Pyramidenoberfläche O:

$$O = G + 4 \cdot A_S$$

$$O = \frac{1}{2} a^2 + 4 \cdot \frac{3}{8} \cdot a^2$$

$$O = \frac{1}{2} a^2 + \frac{3}{2} \cdot a^2$$

$$O = \frac{4}{2} \cdot a^2$$

$$\underline{\underline{O = 2a^2}}$$