

Aufgabe 1975 7b:

4 P

In einen Würfel mit der Kantenlänge $a = 6 \text{ cm}$ wird eine Pyramide eingesetzt. Die Grundfläche dieser Pyramide entsteht durch Verbindung der Mittelpunkte der vier unteren Würfelkanten, die Spitze liegt im Mittelpunkt der oberen Würfel­fläche. Berechne die Summe aller Kanten der Pyramide und den Winkel, den jede Seiten­fläche mit der Grundfläche bildet.

Lösung 1975 7b:

1. Berechnung der Pyramidenseitenkante s_k :

$$s_k^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck}$$

$$s_k^2 = a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

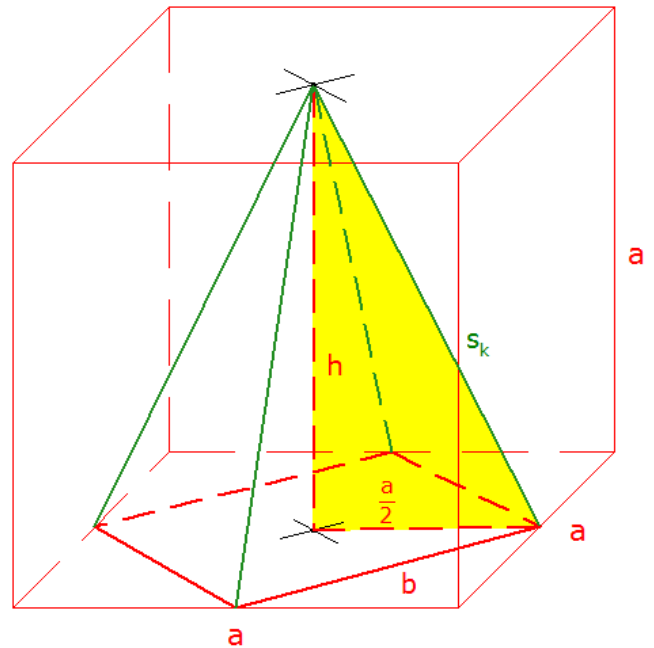
$$s_k^2 = 6^2 + \left(\frac{6}{2}\right)^2$$

$$s_k^2 = 6^2 + 3^2$$

$$s_k^2 = 36 + 9$$

$$s_k^2 = 45 \quad \left| \sqrt{} \right.$$

$$\underline{s_k = 6,71 \text{ cm}}$$



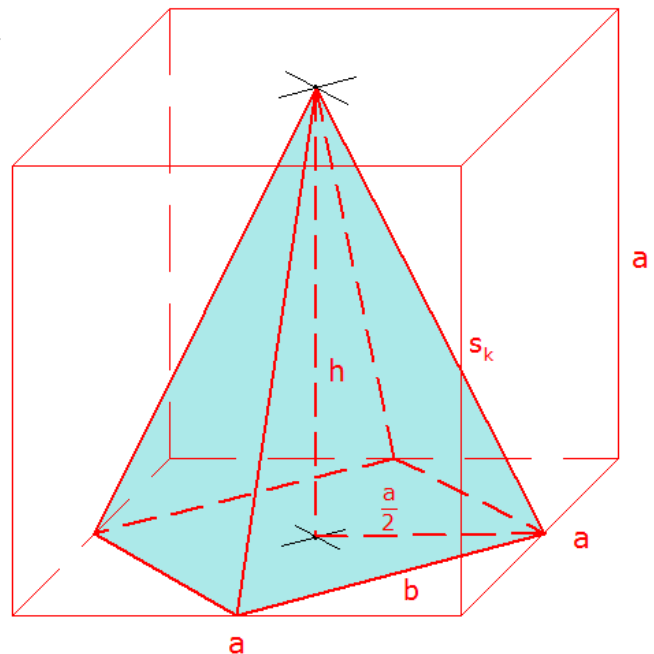
2. Berechnung der Summe aller Pyramidenkanten L:

$$L = 4 \cdot b + 4 \cdot s_k$$

$$L = 4 \cdot 4,24 + 4 \cdot 6,71$$

$$L = 16,96 + 26,84$$

$$\underline{\underline{L = 43,8 \text{ cm}}}$$



Lösung 1975 7b:

3. Berechnung der Höhe der Pyramidenseitenfläche h_s :

$$h_s^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + h^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen grünen Teildreieck}$$

$$h_s^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + a^2$$

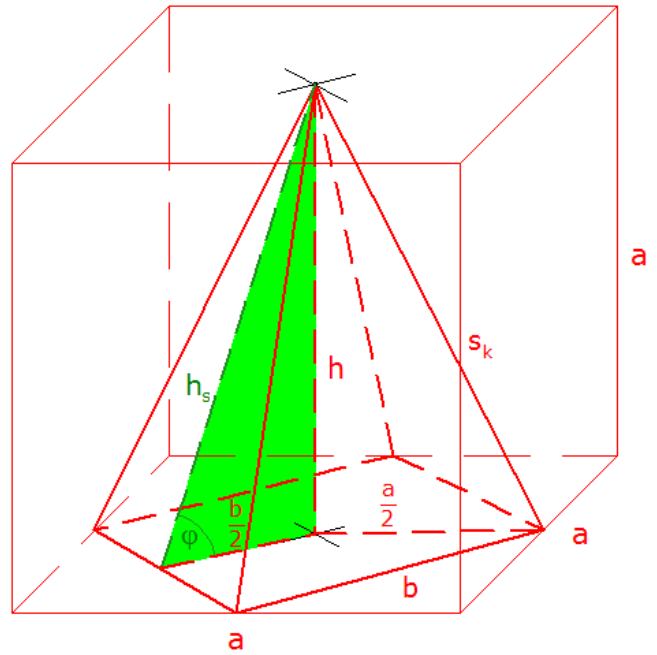
$$h_s^2 = \left(\frac{4,24}{2}\right)^2 + 6^2$$

$$h_s^2 = 2,12^2 + 6^2$$

$$h_s^2 = 4,4944 + 36$$

$$h_s^2 = 40,4944 \quad | \sqrt{}$$

$$\underline{h_s = 6,36 \text{ cm}}$$



4. Berechnung des Neigungswinkels φ :

$$\tan \varphi = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{h}{\frac{b}{2}} \quad \text{Tangensfunktion im rechtwinkligen grünen Teildreieck}$$

$$\tan \varphi = \frac{6}{\frac{4,24}{2}}$$

$$\tan \varphi = \frac{6}{2,12}$$

$$\tan \varphi = 2,830$$

$$\underline{\underline{\varphi = 70,5^\circ}}$$

