

Aufgabe 1975 6b:

4 P

Durch die beiden Geraden

$$(1): 3x + 2y - 12 = 0 \text{ und } (2): -3x + 2y - 12 = 0$$

und die x-Achse ist ein gleichschenkeliges Dreieck bestimmt.

Berechne vom Dreieck ABC die Winkel α und γ , die Seite a und die Seitenhalbierende s_a ; zeige darüber hinaus, dass der Schnittpunkt S der Seitenhalbierenden diese im Verhältnis 2 : 1 teilt.

Lösung 1975 6b:

1. Berechnung des Winkels α :

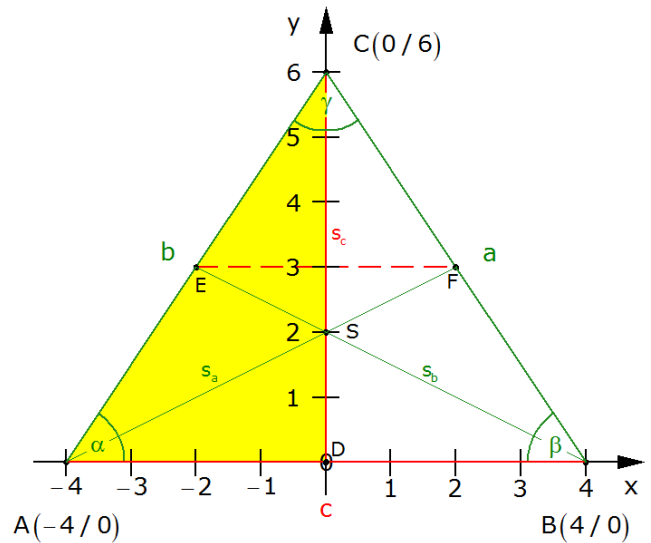
$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{s_c}{\frac{c}{2}} \quad \text{Tangensfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck}$$

$$\tan \alpha = \frac{6}{\frac{8}{2}}$$

$$\tan \alpha = \frac{6}{4}$$

$$\tan \alpha = 1,5$$

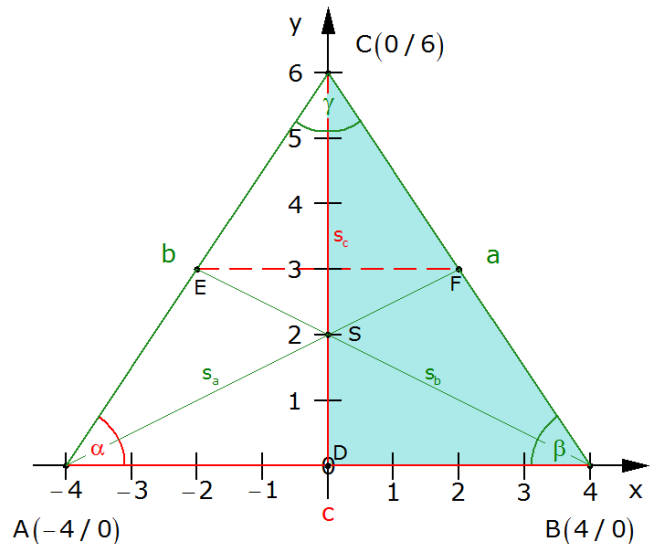
$$\alpha = 56,31^\circ$$



2. Berechnung des Winkels β :

$$\beta = \alpha \quad \text{Dreieck ABC ist gleichschenkelig, Basiswinkel sind gleich groß.}$$

$$\beta = 56,31^\circ$$



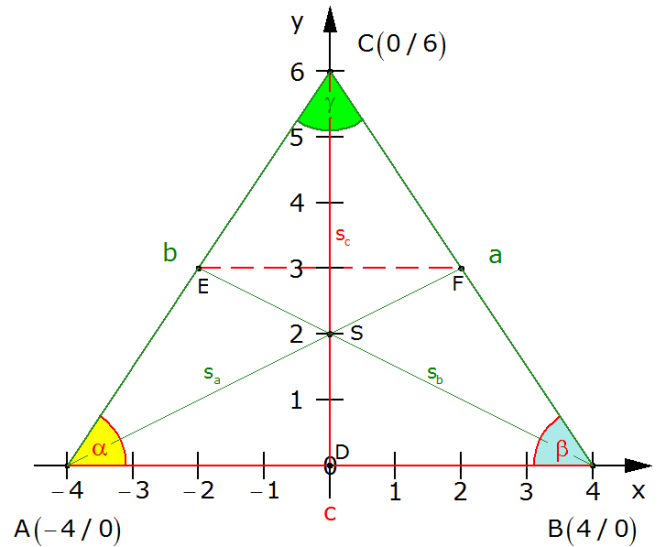
Lösung 1975 6b:

3. Berechnung des Winkels γ :

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta \quad \text{Winkelsumme}$$

$$\gamma = 180^\circ - 56,31^\circ - 56,31^\circ$$

$$\underline{\underline{\gamma = 67,38^\circ}}$$



4. Berechnung der Seite $\overline{BC} = a$:

$$a^2 = s_c^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2 \quad \begin{array}{l} \text{Pythagoras im} \\ \text{rechtwinkligen} \\ \text{hellblauen} \\ \text{Teildreieck BCD} \end{array}$$

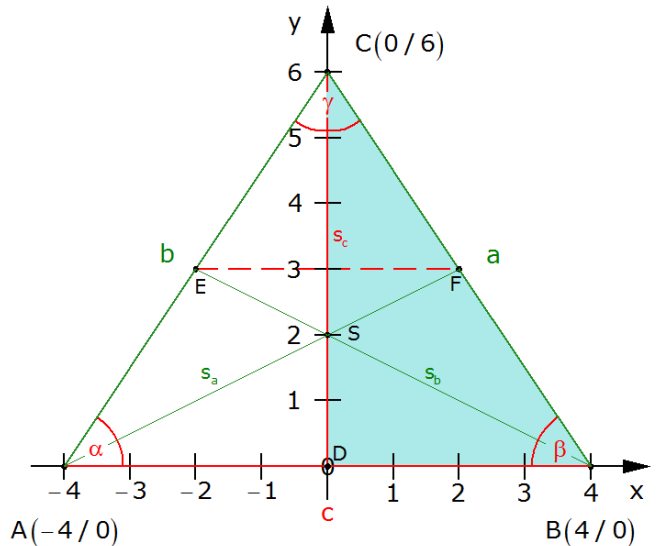
$$a^2 = 6^2 + \left(\frac{8}{2}\right)^2$$

$$a^2 = 6^2 + 4^2$$

$$a^2 = 36 + 16$$

$$a^2 = 52 \quad \left| \sqrt{} \right.$$

$$\underline{\underline{a = 7,21 \text{ cm}}}$$



5. Berechnung der Seitenhalbierenden s_a :

$$s_a^2 = c^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - 2 \cdot c \cdot \frac{a}{2} \cdot \cos \beta \quad \begin{array}{l} \text{Kosinussatz im} \\ \text{allgemeinen} \\ \text{grünen} \\ \text{Teildreieck ABF} \end{array}$$

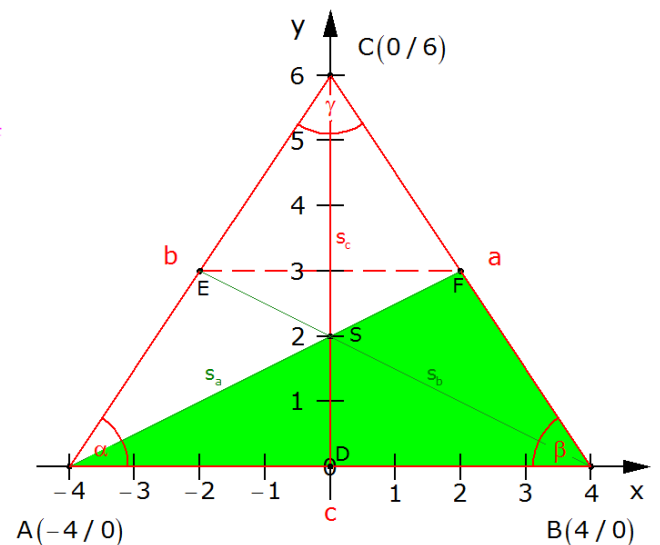
$$s_a^2 = 8^2 + \left(\frac{7,21}{2}\right)^2 - 2 \cdot 8 \cdot \frac{7,21}{2} \cdot \cos 56,31^\circ$$

$$s_a^2 = 64 + 13 - 57,68 \cdot 0,5547$$

$$s_a^2 = 64 + 13 - 32$$

$$s_a^2 = 45 \quad \left| \sqrt{} \right.$$

$$\underline{\underline{s_a = 6,71 \text{ cm}}}$$



6. Beweis:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{SA} : \overline{SF} = \overline{AB} : \overline{EF} \\ \overline{AB} : \overline{EF} = \overline{CA} : \overline{CE} \\ \overline{CA} : \overline{CE} = 2 : 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\underline{\overline{SA} : \overline{SF} = 2 : 1}}$$