

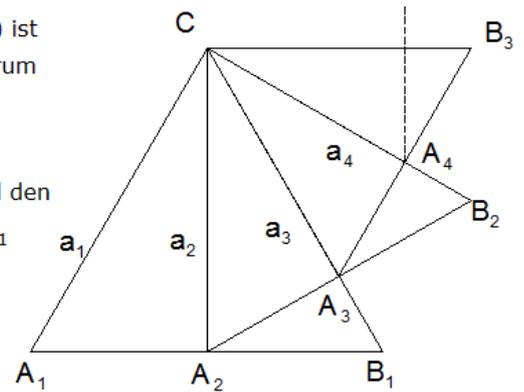
**Aufgabe 1975 2c:**

**2 P**

Die Höhe des gleichseitigen Dreiecks  $A_1B_1C$  (siehe nebenstehende Skizze) ist Seite eines neuen gleichseitigen Dreiecks  $A_2B_2C$ , aus dessen Höhe wiederum das gleichseitige Dreieck  $A_3B_3C$  usw. gebildet wird.

Der Punkt  $A_{13}$  liegt auf der Strecke  $\overline{A_1C}$ .

Berechne für  $a_1 = 8\text{cm}$  die Länge des Streckenzuges von  $A_1$  bis  $A_{13}$  und den Flächeninhalt des Vielecks, das von dem Streckenzug  $A_1A_2A_3 \dots A_{12}A_{13}A_1$  gebildet wird.



**Lösung 1975 2c:**

**1. Berechnung des Streckenzuges  $A_1$  bis  $A_{13}$ :**

$$s_{12} = \frac{a_1}{2} \cdot \frac{\left(1 - \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^{12}\right)}{1 - \frac{1}{2}\sqrt{3}} \quad s_n = g_1 \cdot \frac{(1 - q^n)}{1 - q}$$

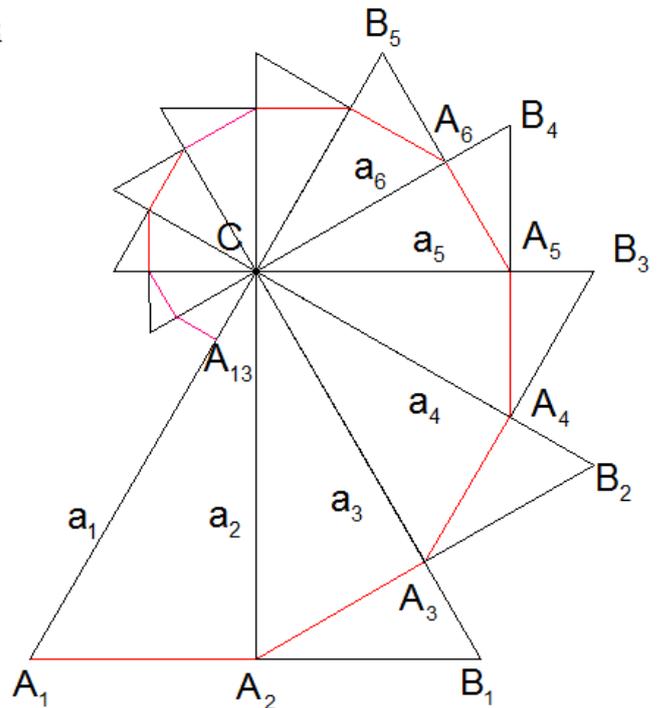
$$g_1 = \frac{a_1}{2} \wedge q = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$s_{12} = \frac{8}{2} \cdot \frac{(1 - 0,178)}{1 - 0,866}$$

$$s_{12} = 4 \cdot \frac{0,822}{0,134}$$

$$s_{12} = 4 \cdot 6,134$$

$$\underline{\underline{s_{12} = 24,54\text{ cm}}}$$



**2. Berechnung des Flächenstreckungsquotienten  $q_A$ :**

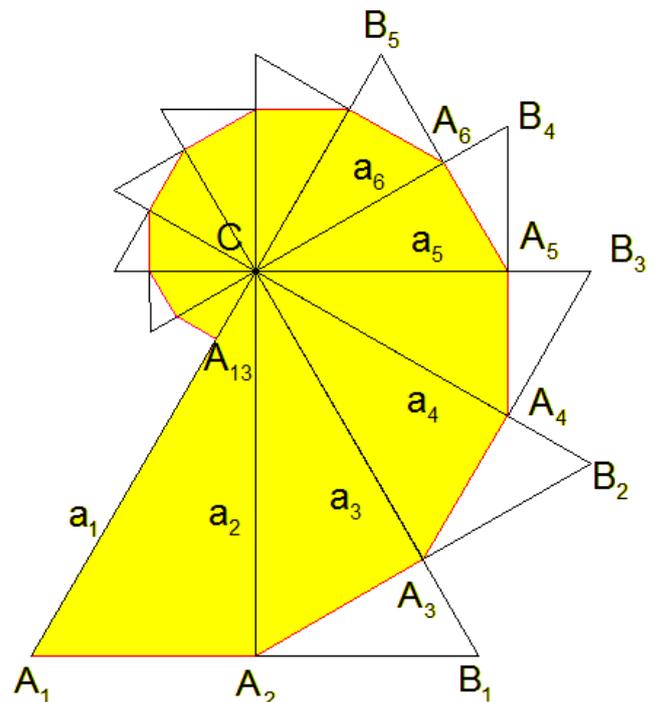
$$q_A = \frac{\overline{A_2A_3} \cdot \overline{A_3C}}{2} \cdot \frac{2}{\overline{A_1A_2} \cdot \overline{A_2C}}$$

$$q_A = \frac{\overline{A_2A_3} \cdot \overline{A_3C}}{\overline{A_1A_2} \cdot \overline{A_2C}}$$

$$q_A = \frac{\frac{a_2}{2} \cdot \frac{a_2}{2} \sqrt{3}}{\frac{a_1}{2} \cdot \frac{a_1}{2} \sqrt{3}}$$

$$q_A = \frac{\frac{a_2^2}{4}}{\frac{a_1^2}{4}}$$

$$q_A = \frac{a_2^2}{a_1^2}$$



**Lösung 1975 2c:**

$$q_A = \frac{\left(\frac{a_1 \sqrt{3}}{2}\right)^2}{a_1^2}$$

$$q_A = \frac{a_1^2 \cdot 3}{4 a_1^2}$$

$$q_A = \frac{3 \cdot a_1^2}{4 a_1^2}$$

$$q_A = \frac{3}{4}$$

**3. Berechnung des Flächeninhalts des Streckenzuges**

$A_1 A_2 A_3 \dots A_{12} A_{13} A_{12}$

$$g_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{a_1}{2} \cdot a_2$$

$$g_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{a_1}{2} \cdot a_1 \cdot q \quad a_2 = a_1 \cdot q$$

$$g_1 = \frac{1}{4} \cdot a_1^2 \cdot q$$

$$g_1 = \frac{1}{4} \cdot a_1^2 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} \quad q = \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

$$g_1 = \frac{1}{8} \cdot a_1^2 \cdot \sqrt{3}$$

$$g_1 = \frac{1}{8} \cdot 64 \cdot \sqrt{3} \quad a_1 = 8 \text{ cm}$$

$$g_1 = 8 \cdot \sqrt{3}$$

$$g_1 = 13,8564 \text{ cm}^2$$

$$s_{12} = g_1 \cdot \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{12}}{1 - \frac{3}{4}} \quad s_n = g_1 \cdot \frac{1 - q_A^n}{1 - q_A}$$

$$s_{12} = g_1 \cdot \frac{1 - 0,03168}{1 - 0,75}$$

$$s_{12} = g_1 \cdot \frac{0,96832}{0,25}$$

$$s_{12} = g_1 \cdot 3,8733$$

$$s_{12} = 13,8564 \cdot 3,8733$$

$$s_{12} = 53,67 \text{ cm}^2$$

