

Aufgabe 1975 1c:

3 P

Die sieben Glieder einer anderen arithmetischen Reihe haben die Summe 77, das Produkt des ersten und siebenten Gliedes beträgt 40. Zeige, dass durch diese Angaben zwei Reihen bestimmt sind, und gib für beide jeweils die Größen a_1 , d und a_7 an.

Lösung 1975 1c:

1. Berechnung von d:

$$\text{I: } a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 = 77$$

$$\text{II: } a_1 \cdot a_7 = 40$$

$$\text{I: } a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d + a_1 + 4d + a_1 + 5d + a_1 + 6d = 77$$

$$\text{II: } a_1 \cdot (a_1 + 6d) = 40$$

$$\text{I: } 7a_1 + 21d = 77$$

$$\text{II: } a_1 \cdot (a_1 + 6d) = 40$$

$$\text{I: } a_1 + 3d = 11$$

$$\text{II: } a_1 \cdot (a_1 + 6d) = 40$$

$$\text{I: } a_1 = 11 - 3d$$

$$\text{II: } a_1 \cdot (a_1 + 6d) = 40$$

Einsetzungsverfahren

$$\text{I in II: } (11 - 3d) \cdot (11 - 3d + 6d) = 40$$

$$(11 - 3d) \cdot (11 + 3d) = 40$$

3. binomische Formel

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

$$11^2 - (3d)^2 = 40$$

$$121 - 9d^2 = 40$$

$$| \cdot (-1)$$

$$-121 + 9d^2 = -40$$

$$| + 121$$

$$9d^2 = 81$$

$$| : 9$$

$$d^2 = 9$$

$$| \sqrt{\quad}$$

$$\underline{\underline{d_1 = 3}}$$

$$\underline{\underline{d_2 = -3}}$$

Antwort: Da es zwei verschiedene d gibt, gibt es auch zwei verschiedene arithmetische Reihen.

Lösung 1975 1c:

2. Berechnung von a_1 :

$$I: a_1 = 11 - 3d \quad d_1 = 3$$

$$I: a_1 = 11 - 3 \cdot 3$$

$$I: a_1 = 11 - 9$$

$$\underline{\underline{a_{1;1} = 2}}$$

$$I: a_1 = 11 - 3d \quad d_2 = -3$$

$$I: a_1 = 11 - 3 \cdot (-3)$$

$$I: a_1 = 11 + 9$$

$$\underline{\underline{a_{1;2} = 20}}$$

3. Berechnung von a_7 :

$$a_7 = a_1 + 6d \quad a_1 = 2 \wedge d = 3$$

$$a_7 = 2 + 6 \cdot 3$$

$$a_7 = 2 + 18$$

$$\underline{\underline{a_{7;1} = 20}}$$

$$a_7 = a_1 + 6d \quad a_1 = 20 \wedge d = -3$$

$$a_7 = 20 + 6 \cdot (-3)$$

$$a_7 = 20 - 18$$

$$\underline{\underline{a_{7;2} = 2}}$$