

Aufgabe 1974 5d:

2 P

Dem Inkreis eines Quadrates mit der Seitenlänge $a = 12 \text{ cm}$ ist ein gleichseitiges Dreieck einbeschrieben, dessen Grundseite parallel zu einer Quadratseite verläuft. Durch Drehung dieser drei Flächen um die gemeinsame Achse entstehen ein Zylinder, eine Kugel und ein Kegel. Leite Terme für die Rauminhalte der drei Drehkörper als Funktion von a her und zeige, dass diese im Verhältnis $48 : 32 : 9$ stehen.

Lösung 1974 5d:

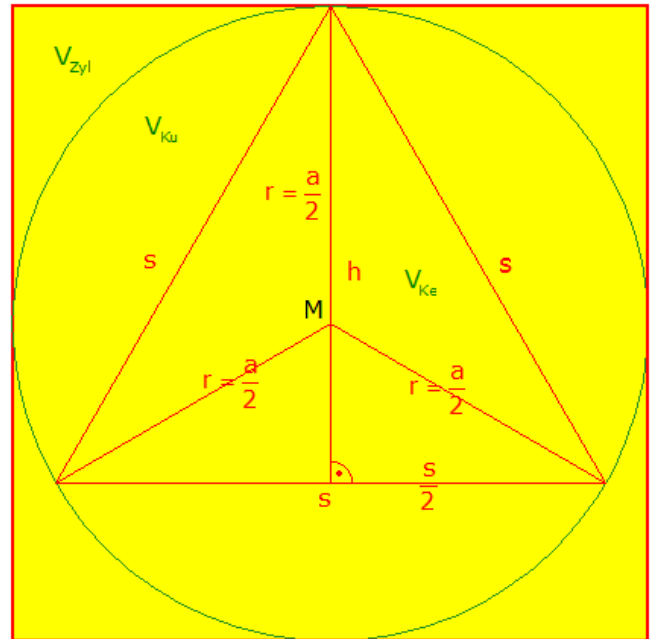
1. Berechnung des Zylindervolumens V_{Zyl} :

$$V_{\text{Zyl}} = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V_{\text{Zyl}} = \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot a$$

$$V_{\text{Zyl}} = \pi \cdot \frac{a^2}{4} \cdot a$$

$$\underline{\underline{V_{\text{Zyl}} = \frac{1}{4} \cdot a^3 \cdot \pi}}$$



2. Berechnung des Kugelvolumens V_{Ku} :

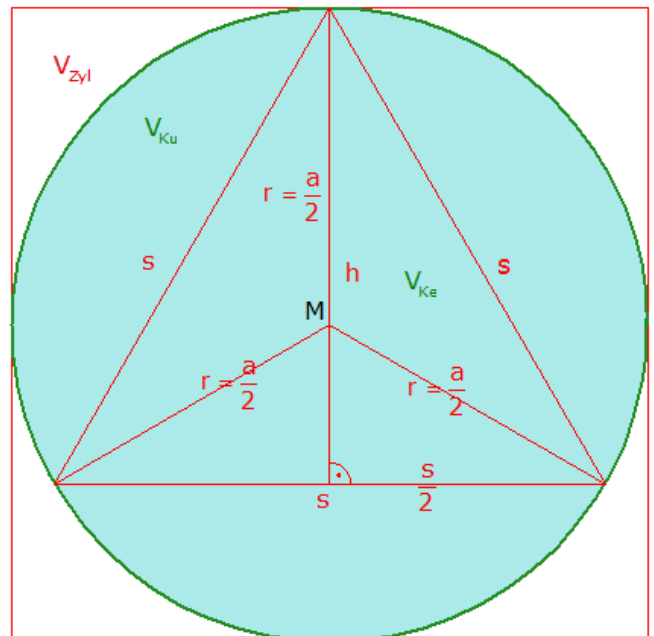
$$V_{\text{Ku}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$V_{\text{Ku}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^3$$

$$V_{\text{Ku}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \frac{a^3}{8}$$

$$V_{\text{Ku}} = \frac{4}{24} \cdot a^3 \cdot \pi$$

$$\underline{\underline{V_{\text{Ku}} = \frac{1}{6} \cdot a^3 \cdot \pi}}$$



Lösung 1974 5d:

3. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke} :

$$V_{\text{Ke}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

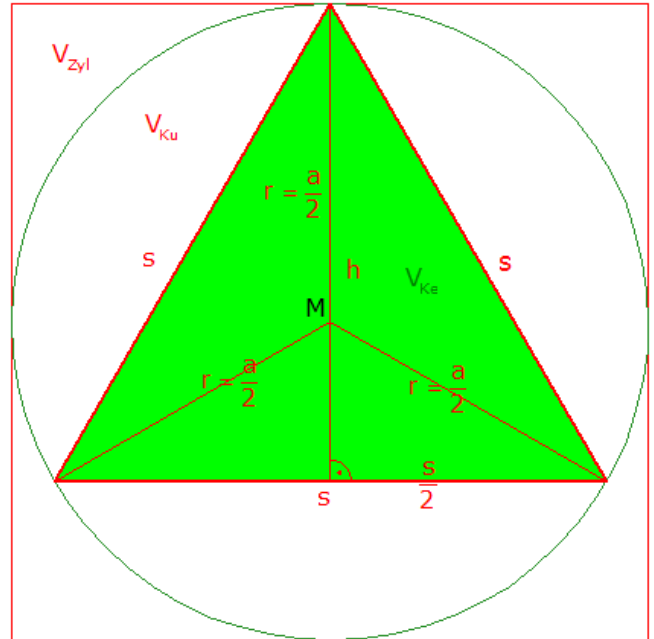
$$V_{\text{Ke}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{s}{2}\right)^2 \cdot \frac{3}{4}a$$

$$V_{\text{Ke}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{\frac{1}{2}a\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \frac{3}{4}a$$

$$V_{\text{Ke}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{4}a\sqrt{3}\right)^2 \cdot \frac{3}{4}a$$

$$V_{\text{Ke}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{1}{16} \cdot a^2 \cdot 3 \cdot \frac{3}{4}a$$

$$\underline{\underline{V_{\text{Ke}} = \frac{3}{64} \cdot a^3 \cdot \pi}}$$



4. Berechnung des Verhältnisses der Rauminhalte:

$$V_{\text{Zyl}} : V_{\text{Ku}} : V_{\text{Ke}} = \frac{1}{4} \cdot a^3 \cdot \pi : \frac{1}{6} \cdot a^3 \cdot \pi : \frac{3}{64} \cdot a^3 \cdot \pi$$

$$V_{\text{Zyl}} : V_{\text{Ku}} : V_{\text{Ke}} = \frac{1}{4} : \frac{1}{6} : \frac{3}{64}$$

$$V_{\text{Zyl}} : V_{\text{Ku}} : V_{\text{Ke}} = \frac{48}{192} : \frac{32}{192} : \frac{9}{192}$$

$$\underline{\underline{V_{\text{Zyl}} : V_{\text{Ku}} : V_{\text{Ke}} = 48 : 32 : 9}}$$