Aufgabe 1974 5c: **3 P**

Dem Inkreis eines Quadrates mit der Seitenlänge a = 12 cm ist ein gleichseitiges Dreieck einbeschrieben, dessen Grundseite parallel zu einer Quadratseite verläuft. Durch Drehung dieser drei Flächen um die gemeinsame Achse entstehen ein Zylinder, eine Kugel und ein Kegel. Berechne die Oberflächen der drei Drehkörper sowie den Radius der Kugel, deren Oberfläche gleich dem arithmetischen Mittel der vorher berechneten drei Oberflächen ist.

Lösung 1974 5c:

1. Berechnung der Zylinderoberfläche O_{Zyl}:

$$O_{Zyl} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r + h)$$

$$O_{Zyl} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{a}{2} + a\right)$$

$$O_{Zyl} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{a}{2} + \frac{2}{2}a\right)$$

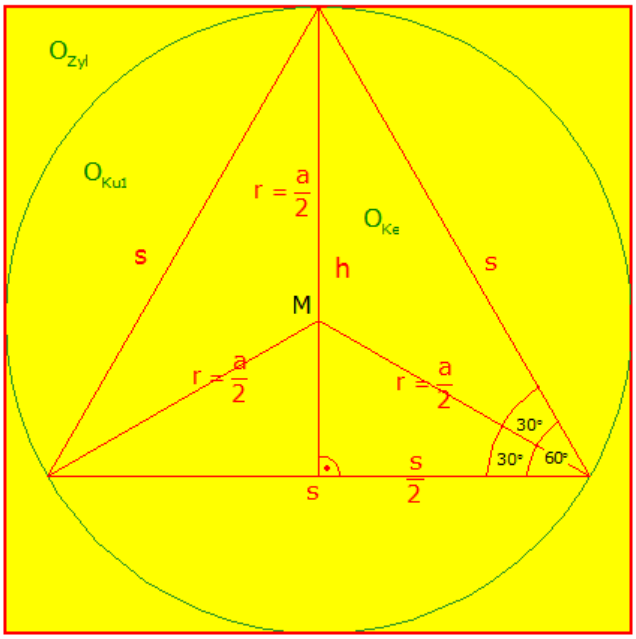
$$O_{Zyl} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{3a}{2}$$

$$O_{Zyl} = \frac{3}{2} \cdot a^2 \cdot \pi$$

$$O_{Zyl} = 1{,}5 \cdot 12^2 \cdot \pi$$

$$O_{Zyl} = 1{,}5 \cdot 144 \cdot \pi$$

$$O_{Zyl} = 678{,}6\,cm^2$$



2. Berechnung der Kugeloberfläche O_{Ku1}:

$$O_{Ku1} = 4 \cdot \pi \cdot r_{Ku1}^2$$

$$O_{Ku1} = 4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

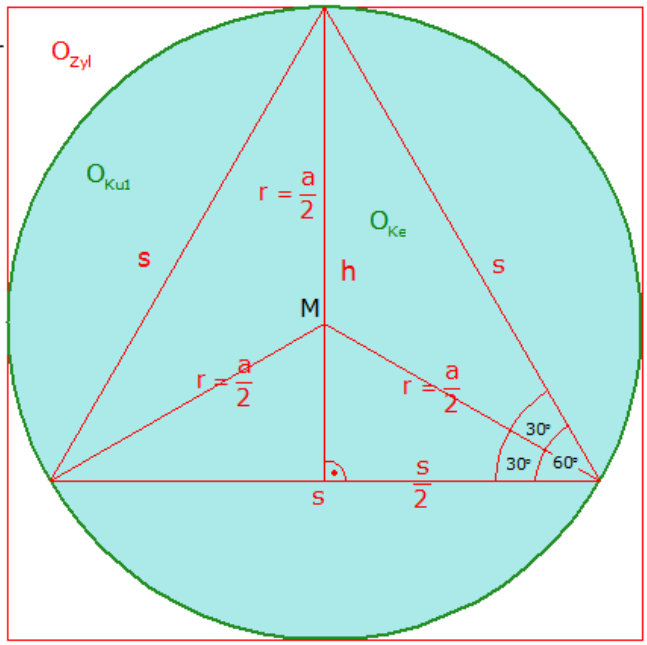
$$O_{Ku1} = 4 \cdot \pi \cdot \frac{a^2}{4}$$

$$O_{Ku1} = a^2\pi$$

$$O_{Ku1} = 12^2 \cdot \pi$$

$$O_{Ku1} = 144 \cdot \pi$$

$$O_{Ku1} = 452{,}4\,cm^2$$



Lösung 1974 5c:

3. Berechnung der Kegeloberfläche O_{Ke}:

$$O_{Ke} = \pi \cdot r \cdot (r + s)$$

$$O_{Ke} = \pi \cdot \frac{s}{2} \cdot \left(\frac{s}{2} + s\right)$$

$$O_{Ke} = \pi \cdot \frac{\frac{1}{2}a\sqrt{3}}{2} \cdot \left(\frac{\frac{1}{2}a\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}a\sqrt{3}\right)$$

$$O_{Ke} = \pi \cdot \frac{1}{4}a\sqrt{3} \cdot \left(\frac{1}{4}a\sqrt{3} + \frac{1}{2}a\sqrt{3}\right)$$

$$O_{Ke} = \pi \cdot \frac{1}{4}a\sqrt{3} \cdot \left(\frac{1}{4}a\sqrt{3} + \frac{2}{4}a\sqrt{3}\right)$$

$$O_{Ke} = \pi \cdot \frac{1}{4}a\sqrt{3} \cdot \frac{3}{4}a\sqrt{3}$$

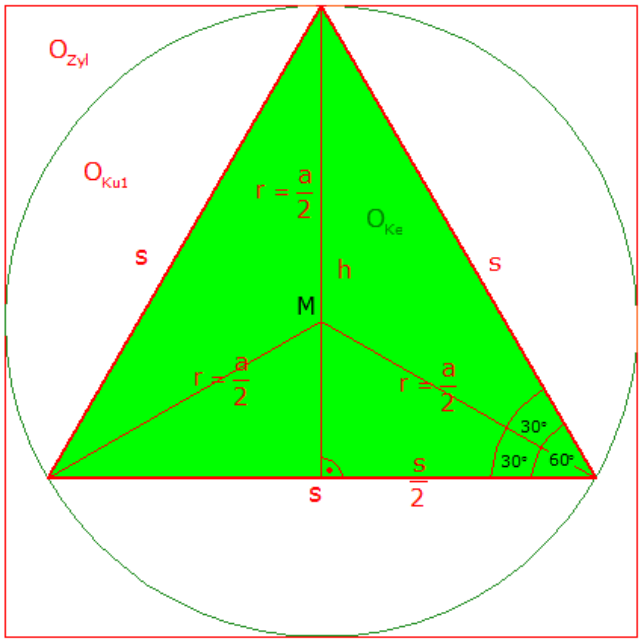
$$O_{Ke} = \pi \cdot \frac{3}{16}a^2 \cdot 3$$

$$O_{Ke} = \frac{9}{16}a^2\pi$$

$$O_{Ke} = \frac{9}{16} \cdot 12^2 \cdot \pi$$

$$O_{Ke} = \frac{9}{16} \cdot 144 \cdot \pi$$

$$\underline{\underline{O_{Ke} = 254,5\,cm^2}}$$



4. Berechnung der Kugeloberfläche O_{Ku2}:

$$O_{Ku2} = \frac{O_{Zyl} + O_{Ku1} + O_{Ke}}{3}$$

$$O_{Ku2} = \frac{678,6 + 452,4 + 254,5}{3}$$

$$O_{Ku2} = \frac{1385,5}{3}$$

$$\underline{O_{Ku2} = 461,8\,cm^2}$$

Lösung 1974 5c:

5. Berechnung des Kugelradius r_{Ku2}:

$O_{Ku2} = 4 \cdot \pi \cdot r_{Ku2}^2$ Formel Kugeloberfläche

$461,8 = 4 \cdot \pi \cdot r_{Ku2}^2$ Seiten tauschen

$4 \cdot \pi \cdot r_{Ku2}^2 = 461,8 \mid : 4\pi$

$r_{Ku2}^2 = 36,75 \mid \sqrt{\ }$

$r_{Ku2} = 6,06\,cm$