

Aufgabe 1974 5b:

2 P

Dem Inkreis eines Quadrates mit der Seitenlänge $a = 12 \text{ cm}$ ist ein gleichseitiges Dreieck einbeschrieben, dessen Grundseite parallel zu einer Quadratseite verläuft. Durch Drehung dieser drei Flächen um die gemeinsame Achse entstehen ein Zylinder, eine Kugel und ein Kegel. Es ist nachzuweisen, dass das Dreieck die Seitenlänge

$$s = \frac{1}{2} a \sqrt{3} \quad \text{und die Höhe } h = \frac{3}{4} a \text{ besitzt.}$$

Lösung 1974 5b:

1. Berechnung der Dreiecksseite s:

$$\cos 30^\circ = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{s}{r} \quad \begin{array}{l} \text{Kosinusfunktion im} \\ \text{rechtwinkligen} \\ \text{gelben} \\ \text{Teildreieck} \end{array}$$

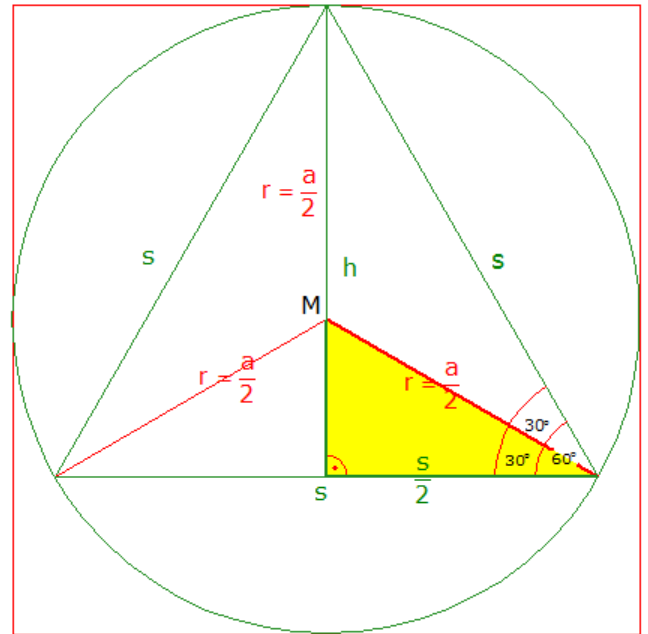
$$\frac{1}{2} \sqrt{3} = \frac{s}{\frac{a}{2}} \quad \begin{array}{l} \cos 30^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{3} \\ \wedge r = \frac{a}{2} \\ \text{Seiten tauschen} \end{array}$$

$$\frac{s}{\frac{a}{2}} = \frac{1}{2} \sqrt{3} \quad \left| \cdot \frac{a}{2} \right.$$

$$\frac{s}{2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{a}{2}$$

$$\frac{s}{2} = \frac{1}{4} \cdot a \cdot \sqrt{3} \quad \left| \cdot 2 \right.$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \sqrt{3}$$



2. Berechnung der Dreieckshöhe h:

$$\sin 60^\circ = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{h}{s} \quad \begin{array}{l} \text{Sinusfunktion im} \\ \text{rechtwinkligen} \\ \text{hellblauen} \\ \text{Teildreieck} \end{array}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{3} = \frac{h}{\frac{1}{2} a \sqrt{3}} \quad \begin{array}{l} \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{3} \\ \wedge s = \frac{1}{2} a \sqrt{3} \end{array}$$

$$\frac{h}{\frac{1}{2} a \sqrt{3}} = \frac{1}{2} \sqrt{3} \quad \left| \cdot \frac{1}{2} a \sqrt{3} \right.$$

$$h = \frac{1}{2} \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} a \sqrt{3}$$

$$h = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} \sqrt{3} \cdot a$$

$$h = \frac{1}{4} \cdot 3 \cdot a$$

$$h = \frac{3}{4} \cdot a$$

