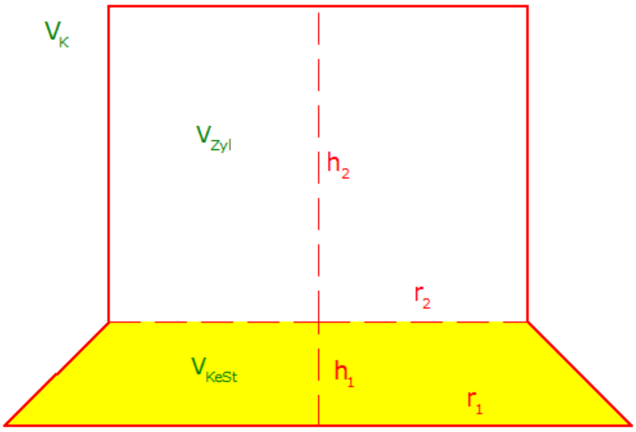
Aufgabe 1974 4c: **2 P**

Ein zusammengesetzter Körper besteht aus einem Kegelstumpf, dem an der kleineren Deckfläche ein radiusgleicher Zylinder aufgesetzt ist. Die Endflächen des Kegelstumpfes haben die Radien $r_1 = 3a$ und $r_2 = 2a$; die Höhe des Kegelstumpfes ist $h_1 = a$ und die des Zylinders $h_2 = 3a$.
Wie groß ist das Volumen des Körpers als Funktion von a und für $a = 2\,cm$?

Lösung 1974 4c:

1. Berechnung des Kegelstumpfvolumens V_{KeSt}:



$$V_{KeSt} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h_1 \cdot \left(r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2\right)$$

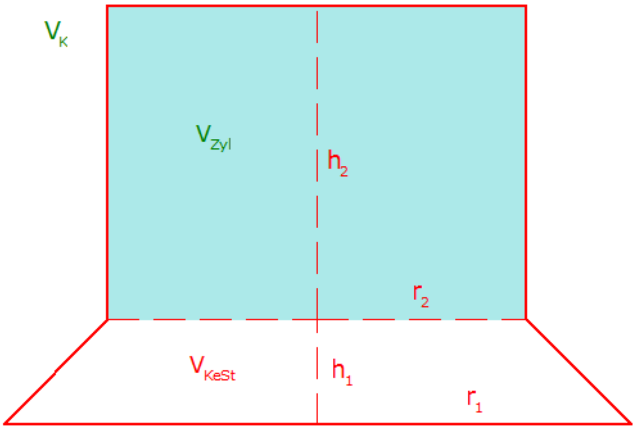
$$V_{KeSt} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot a \cdot \left((3a)^2 + 3a \cdot 2a + (2a)^2\right)$$

$$V_{KeSt} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot a \cdot \left(9a^2 + 6a^2 + 4a^2\right)$$

$$V_{KeSt} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot a \cdot 19a^2$$

$$\underline{V_{KeSt} = \frac{19}{3} a^3 \pi}$$

2. Berechnung des Zylindervolumens V_{Zyl}:



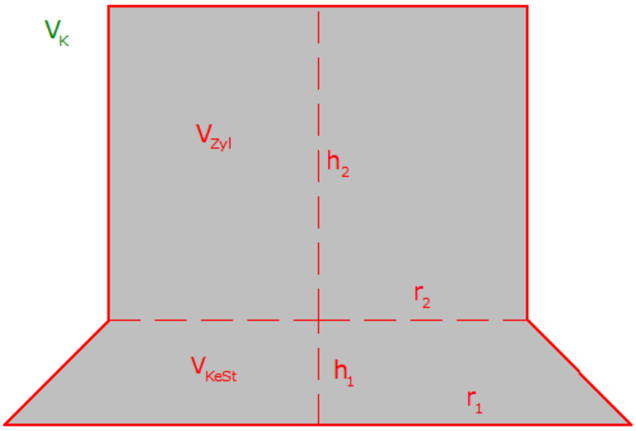
$$V_{Zyl} = \pi \cdot r_2^2 \cdot h_2$$

$$V_{Zyl} = \pi \cdot (2a)^2 \cdot 3a$$

$$V_{Zyl} = \pi \cdot 4a^2 \cdot 3a$$

$$\underline{V_{Zyl} = 12a^3\pi}$$

3. Berechnung des Gesamtkörpervolumens V_K (a):



$$V_K = V_{KeSt} + V_{Zyl}$$

$$V_K = \frac{19}{3} a^3\pi + 12a^3\pi$$

$$V_K = \frac{19}{3} a^3\pi + \frac{36}{3} a^3\pi$$

$$\underline{\underline{V_K = \frac{55}{3} a^3\pi}}$$

Lösung 1974 4c:

4. Berechnung des Gesamtkörpervolumens V_K (cm³):

$$V_K = \frac{55}{3} 2^3 \pi$$

$$V_K = \frac{55}{3} 8\pi$$

$$\underline{\underline{V_K = 460{,}8\,\text{cm}^3}}$$