Aufgabe 1974 3d: **2 P**

Bei einem gleichschenkligen Dreieck A_1B_1C mit dem Flächeninhalt $A = 128\,cm^2$ ist die Grundseite $\overline{A_1B_1}$ genau so lang wie die Höhe auf dieser Seite. Parallel zur Grundseite wird ein Viertel der Fläche des Dreiecks in Form eines gleichschenkligen Trapezes abgeschnitten. Von dem dadurch entstehenden Dreieck A_2B_2C wird auf die gleiche Weise wieder ein Viertel der Fläche abgeschnitten usw.
Berechne die Höhe des Dreiecks A_1B_1C, bestimme unter den gegebenen Voraus– setzungen die Höhe im Dreieck A_2B_2C und stelle das Bildungsgesetz für die Höhe h_n eines beliebigen Dreiecks A_nB_nC der Folge auf.

Lösung 1974 3d:

1. Berechnung der Höhe h_1:

$$A_1 = \frac{\overline{A_1B_1} \cdot h_1}{2} \qquad \overline{A_1B_1} = h_1$$

$$A_1 = \frac{h_1 \cdot h_1}{2}$$

$$A_1 = \frac{h_1^2}{2} \qquad \text{Seiten tauschen}$$

$$\frac{h_1^2}{2} = A_1$$

$$\frac{h_1^2}{2} = 128 \qquad |\cdot 2$$

$$h_1^2 = 256 \qquad |\sqrt{\ }$$

$$\underline{\underline{h_1 = 16\,cm}}$$

2. Berechnung der Höhe h_2:

$$\frac{h_2^2}{2} = A_2$$

$$\frac{h_2^2}{2} = 96 \qquad |\cdot 2$$

$$h_2^2 = 192 \qquad |\sqrt{\ }$$

$$h_2 = \sqrt{192}$$

$$h_2 = \sqrt{2^6 \cdot 3}$$

$$h_2 = 2^3\sqrt{3}$$

$$\underline{\underline{h_2 = 8 \cdot \sqrt{3}\,cm}}$$

Lösung 1974 3d:

3. Berechnung des Quotienten q:

$$h_1 \cdot q = h_2$$

$$16 \cdot q = 8 \cdot \sqrt{3} \quad |:16$$

$$q = \frac{8 \cdot \sqrt{3}}{16}$$ Bruch kürzen

$$\underline{q = \frac{1}{2}\sqrt{3}}$$

4. Berechnung der Formel für h_n:

$$h_n = h_1 \cdot q^{n-1}$$

$$\underline{\underline{h_n = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^{n-1}}}$$