

Aufgabe 1974 3b:

3 P

Bei einem gleichschenkligen Dreieck A_1B_1C mit dem Flächeninhalt $A = 128\text{cm}^2$ ist die Grundseite $\overline{A_1B_1}$ genau so lang wie die Höhe auf dieser Seite. Parallel zur Grundseite wird ein Viertel der Fläche des Dreiecks in Form eines gleichschenkligen Trapezes abgeschnitten. Von dem dadurch entstehenden Dreieck A_2B_2C wird auf die gleiche Weise wieder ein Viertel der Fläche abgeschnitten usw. Stelle das Bildungsgesetz für den Flächeninhalt A_n eines beliebigen Dreiecks A_nB_nC der Folge auf und bestimme den Flächeninhalt des 10. Dreiecks.

Lösung 1974 3b:

1. Berechnung des Quotienten q:

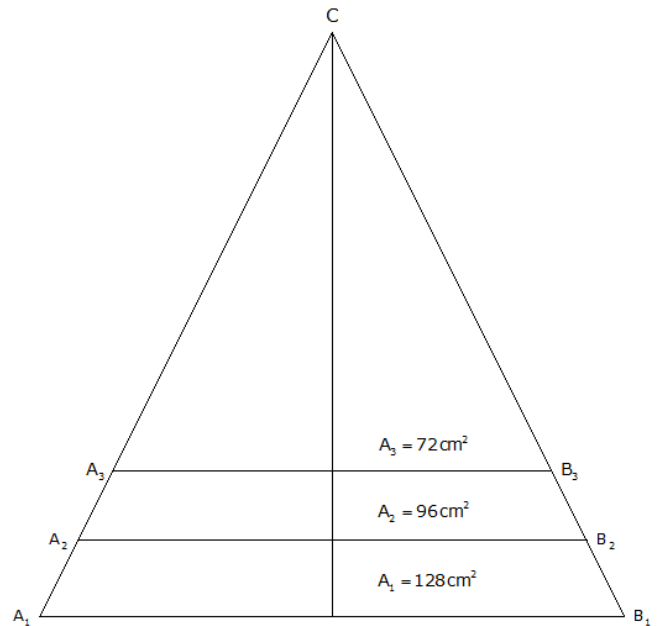
$$A_1 \cdot q = A_2$$

$$128 \cdot q = 96 \quad | : 128$$

$$q = \frac{96}{128}$$

$$q = \frac{3 \cdot 32}{4 \cdot 32} \quad \text{Bruch kürzen}$$

$$q = \frac{3}{4}$$



2. Erstellung der Formel für den Flächeninhalt A_n :

$$A_n = A_1 \cdot q^{n-1}$$

$$A_n = 128 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$$

$$A_n = 2^7 \cdot \frac{3^{n-1}}{4^{n-1}}$$

$$A_n = 2^7 \cdot \frac{3^{n-1}}{(2^2)^{n-1}}$$

$$A_n = 2^7 \cdot \frac{3^{n-1}}{2^{2(n-1)}}$$

$$A_n = 2^7 \cdot \frac{3^{n-1}}{2^{2n-2}}$$

$$A_n = 2^7 \cdot 2^{2-2n} \cdot 3^{n-1}$$

$$\underline{\underline{A_n = 2^{9-2n} \cdot 3^{n-1}}}$$

Lösung 1974 3b:

3. Berechnung des Flächeninhalts von A_{10} :

$$A_{10} = 2^{9-2 \cdot 10} \cdot 3^{10-1}$$

$$A_{10} = 2^{9-20} \cdot 3^9$$

$$A_{10} = 2^{-11} \cdot 3^9$$

$$A_{10} = \frac{3^9}{2^{11}}$$

$$A_{10} = \frac{19683}{2048}$$

$$\underline{\underline{A_{10} = 9,61 \text{ cm}^2}}$$