

Aufgabe 1974 1b:

4 P

Die Summe aller Glieder einer arithmetischen Reihe beträgt 560, das erste Glied beträgt 20 und ist um 12 größer als die Differenz dieser Reihe.

Aus wieviel Gliedern besteht die Reihe und wie groß ist ihr letztes Glied?

Lösung 1974 1b:

1. Berechnung von d:

$$a_1 = d + 12$$

$$20 = d + 12 \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$d + 12 = 20 \quad | -12$$

$$\underline{d = 8}$$

2. Berechnung von n:

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n + (n-1) \cdot d) \quad \begin{array}{l} s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \\ \wedge a_n = a_1 + (n-1) \cdot d \end{array}$$

$$s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1) \cdot d)$$

$$s_n = \frac{n}{2}(2 \cdot 20 + (n-1) \cdot 8)$$

$$s_n = \frac{n}{2}(40 + (n-1) \cdot 8)$$

$$560 = \frac{n}{2}(40 + 8n - 8)$$

$$560 = \frac{n}{2}(8n + 32) \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$\frac{n}{2}(8n + 32) = 560 \quad | \cdot 2$$

$$n \cdot (8n + 32) = 1120$$

$$8n^2 + 32n = 1120 \quad | -1120$$

$$8n^2 + 32n - 1120 = 0 \quad | :8$$

$$n^2 + 4n - 140 = 0 \quad \text{Normalform einer quadratischen Gleichung}$$

$$n^2 + 4n - 140 = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

$$p = 4$$

$$q = -140 \quad \text{p und q bestimmen}$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \quad \text{Lösungsformel}$$

$$x_{1,2} = -\frac{4}{2} \pm \sqrt{\frac{4^2}{4} - (-140)}$$

$$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{\frac{16}{4} + 140}$$

Lösung 1974 1b:

$$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{4 + 140}$$

$$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{144}$$

$$x_{1,2} = -2 \pm 12$$

$$x_1 = -2 + 12$$

$$\underline{x_1 = 10}$$

$$x_2 = -2 - 12$$

$$\del{x_2 = -14}$$

keine Lösung,
da negativ

$$\underline{\underline{n = 10}}$$

3. Berechnung von a_{10} :

$$a_{10} = 20 + (10 - 1) \cdot 8 \quad a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$a_{10} = 20 + 9 \cdot 8$$

$$a_{10} = 20 + 72$$

$$\underline{\underline{a_{10} = 92}}$$