Aufgabe 1973 5c: **3 P**

In einem rechtwinkligen Koordinatensystem sind drei Geraden durch die Gleichungen $y_1 = 1$; $y_2 = 2x + 1$ und $y_3 = -x + 10$ gegeben.

Das Dreieck rotiert um die y-Achse.

Wie groß ist das Volumen des entstehenden Rotationskörpers?

Lösung 1973 5c:

1. Berechnung des Kegelstumpfvolumens V_{KeSt}:

$$V_{KeSt} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot \left(r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2\right)$$

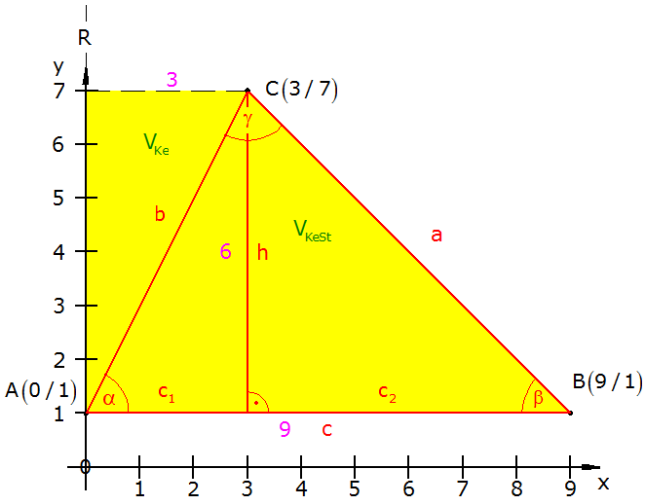
$$V_{KeSt} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot \left(c^2 + c \cdot c_1 + c_1^2\right)$$

$$V_{KeSt} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6 \cdot \left(9^2 + 9 \cdot 3 + 3^2\right)$$

$$V_{KeSt} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6 \cdot \left(81 + 27 + 9\right)$$

$$V_{KeSt} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6 \cdot 117$$

$$V_{KeSt} = 234\pi\,cm^3$$



2. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke}:

$$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

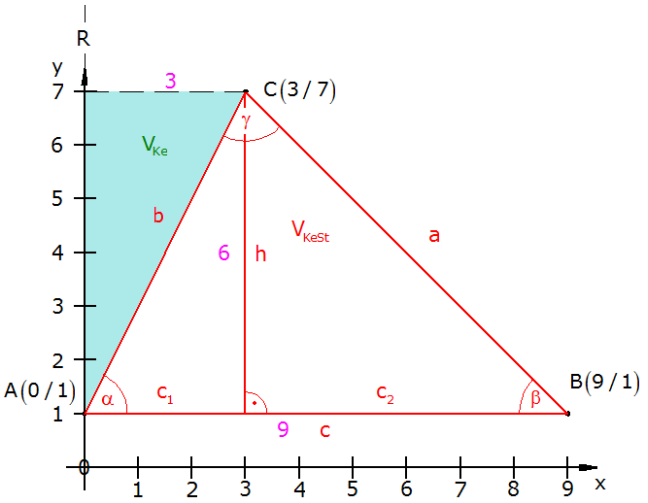
$$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot c_1^2 \cdot h$$

$$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 6$$

$$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9 \cdot 6$$

$$V_{Ke} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 54$$

$$V_{Ke} = 18\pi\,cm^3$$

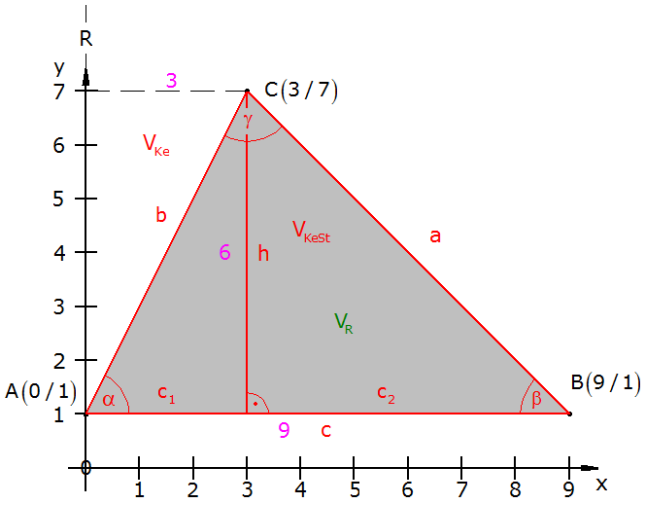


Lösung 1973 5c:

3. Berechnung des Rotationskörpervolumens V_R:

$V_R = V_{KeSt} - V_{Ke}$

$V_R = 234\pi - 18\pi$

$V_R = 216\pi$

$V_R = 678{,}58\,cm^3$