

Aufgabe 1973 4b:

4 P

In einem regelmäßigen Sechseck mit der Seitenlänge $s_1 = 8 \text{ cm}$ verbindet man die Mittelpunkte benachbarter Seiten und erhält ein neues regelmäßiges Sechseck. In diesem werden wieder die Mittelpunkte benachbarter Seiten zu einem Sechseck verbunden usw. Zeige, dass die Flächen aufeinanderfolgender Sechsecke den Verkleinerungsfaktor $q_A = 0,75$ haben.

Lösung 1973 4b:

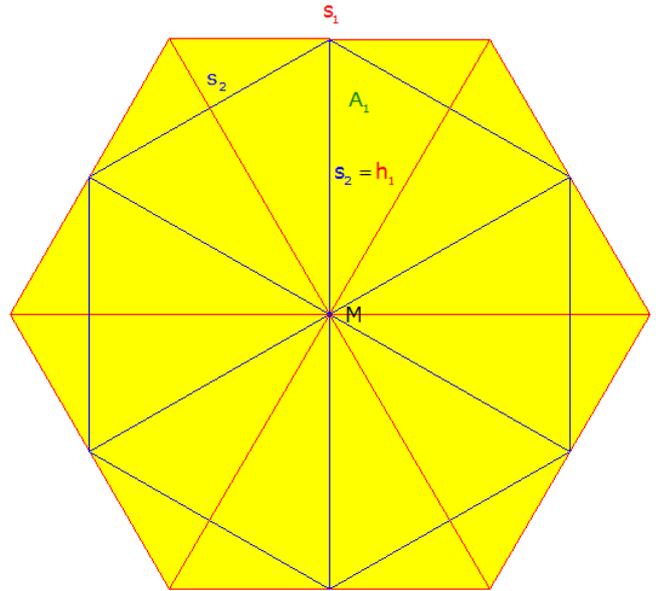
1. Berechnung der Sechseckfläche A_1 :

$$A_1 = 6 \cdot \frac{s_1 \cdot h_1}{2} \quad h_1 = 4\sqrt{3}$$

$$A_1 = 6 \cdot \frac{8 \cdot 4 \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$$A_1 = 3 \cdot 8 \cdot 4 \cdot \sqrt{3}$$

$$\underline{A_1 = 96\sqrt{3} \text{ cm}^2}$$



2. Berechnung der Dreieckshöhe h_2 :

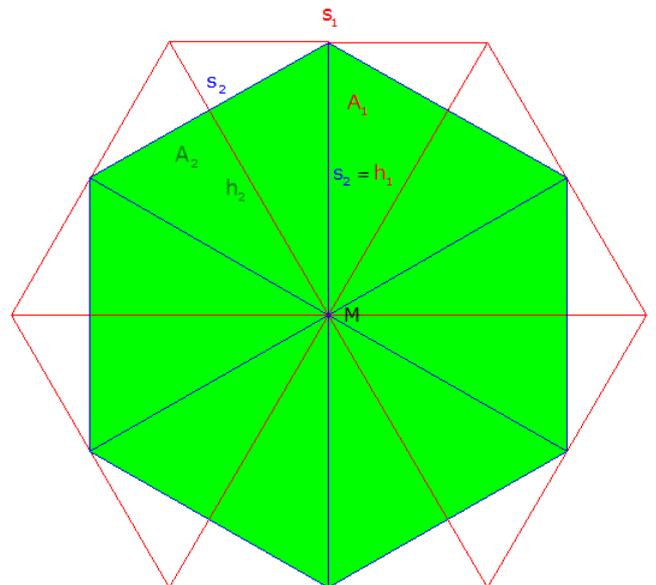
$$h_2 = \frac{1}{2} \cdot s_2 \cdot \sqrt{3} \quad \begin{array}{l} \text{Höhenformel} \\ \text{gleichseitiges} \\ \text{Dreieck} \end{array}$$

$$h_2 = \frac{1}{2} \cdot h_1 \cdot \sqrt{3} \quad s_2 = h_1$$

$$h_2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \quad h_1 = 4\sqrt{3}$$

$$h_2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3$$

$$\underline{h_2 = 6 \text{ cm}}$$



Lösung 1973 4b:

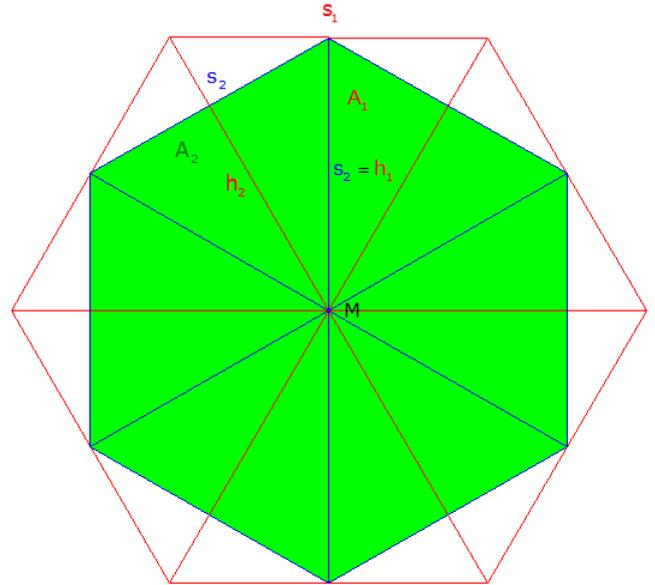
3. Berechnung der Sechseckfläche A_2 :

$$A_2 = 6 \cdot \frac{s_2 \cdot h_2}{2} \quad s_2 = 4\sqrt{3} \wedge h_2 = 6$$

$$A_2 = 6 \cdot \frac{4\sqrt{3} \cdot 6}{2}$$

$$A_2 = 3 \cdot 4\sqrt{3} \cdot 6$$

$$\underline{\underline{A_2 = 72\sqrt{3} \text{ cm}^2}}$$



4. Berechnung des Verkleinerungsfaktors q_A :

$$A_1 \cdot q_A = A_2 \quad | : A_1$$

$$q_A = \frac{A_2}{A_1}$$

$$q_A = \frac{72\sqrt{3}}{96\sqrt{3}} \quad \text{Bruch kürzen}$$

$$q_A = \frac{72}{96}$$

$$q_A = \frac{3 \cdot 24}{4 \cdot 24} \quad \text{Bruch kürzen}$$

$$q_A = \frac{3}{4}$$

$$\underline{\underline{q_A = 0,75}}$$