

Aufgabe 1972 5c:

3 P

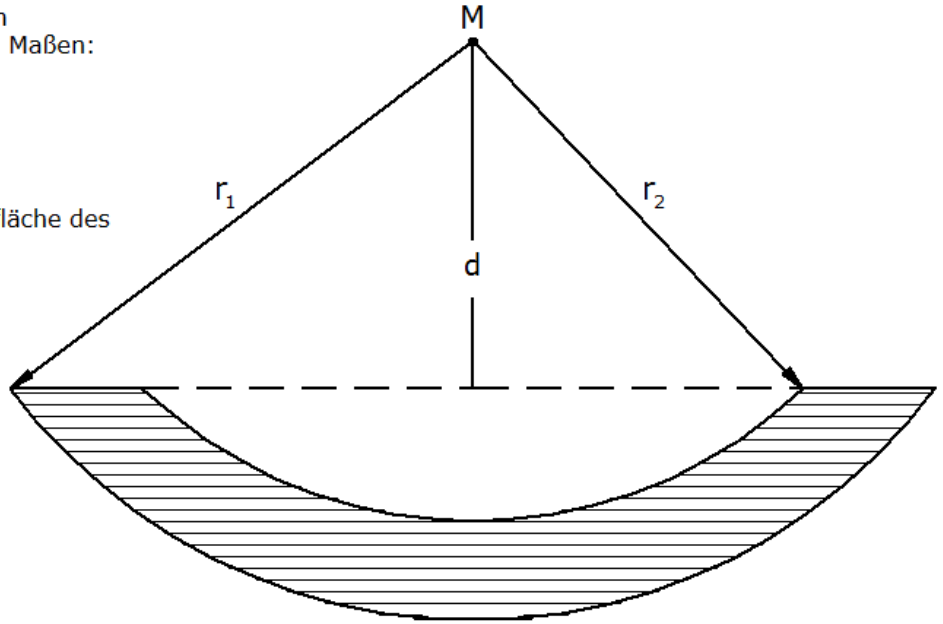
Nebenstehende Skizze zeigt einen Hohlkugelabschnitt mit folgenden Maßen:

$$r_1 = 35 \text{ cm}$$

$$r_2 = 29 \text{ cm}$$

$$d = 21 \text{ cm}$$

Wie groß sind Volumen und Oberfläche des Schalensegmentes?



Strategie 1972 5c:

Gegeben:

Hohlkugelabschnitt

$$r_1 = 35 \text{ cm}$$

$$r_2 = 29 \text{ cm}$$

$$d = 21 \text{ cm}$$

$$\rho_1 = 28 \text{ cm}$$

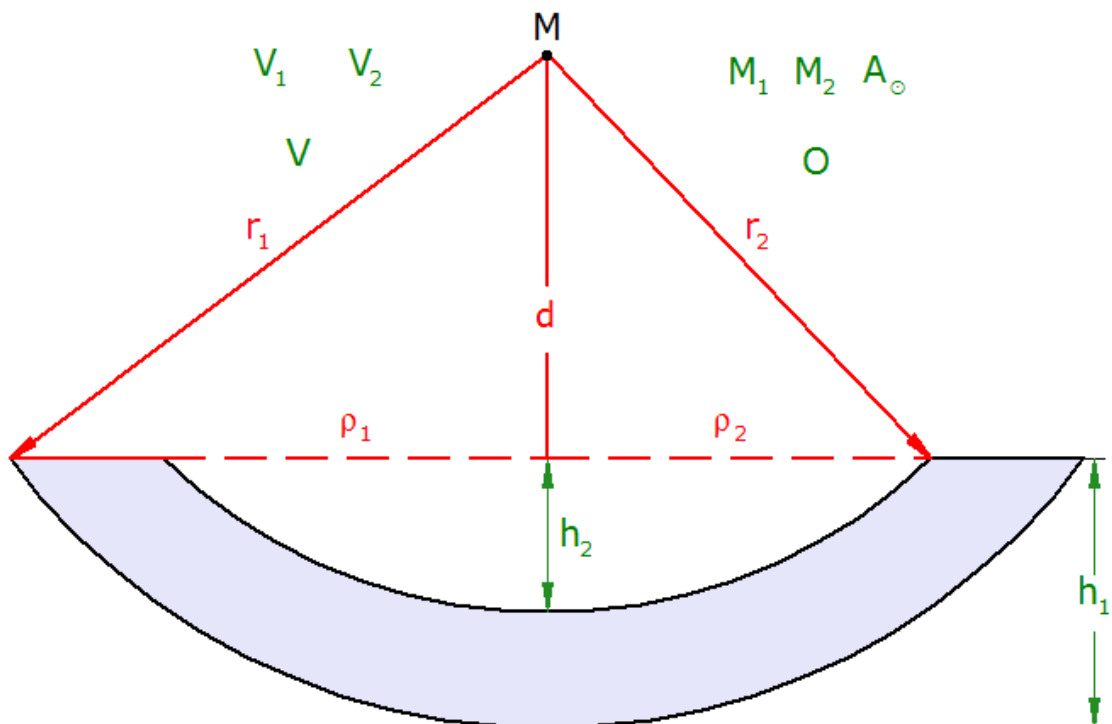
$$\rho_2 = 20 \text{ cm}$$

Gesucht:

V

O

Skizze:



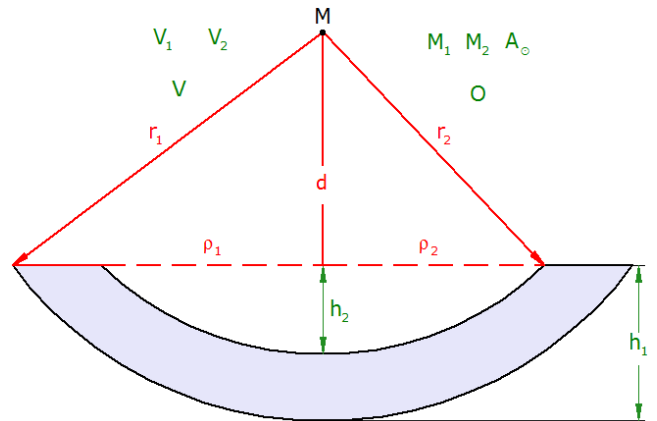
Lösung 1972 5c:

1. Berechnung der Höhe h_1 :

$$h_1 = r_1 - d$$

$$h_1 = 35 - 21$$

$$\underline{h_1 = 14 \text{ cm}}$$

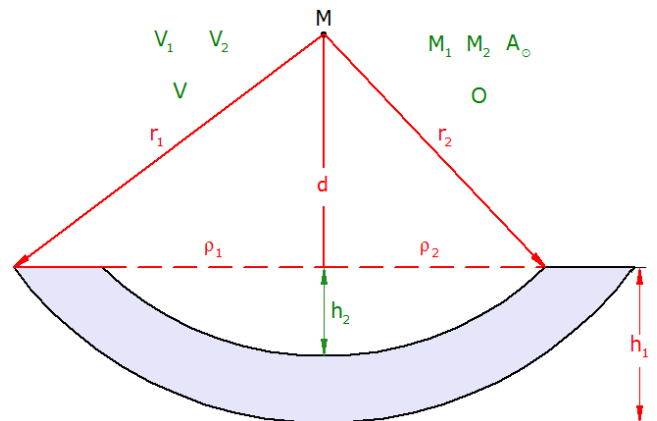


2. Berechnung der Höhe h_2 :

$$h_2 = r_2 - d$$

$$h_2 = 29 - 21$$

$$\underline{h_2 = 8 \text{ cm}}$$



3. Berechnung des Kugelabschnittsvolumens V_1 :

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h_1^2 (3 \cdot r_1 - h_1)$$

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 14^2 (3 \cdot 35 - 14)$$

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 196 (105 - 14)$$

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 196 \cdot 91$$

$$\underline{V_1 = \frac{17836}{3} \cdot \pi}$$

4. Berechnung des Kugelabschnittsvolumens V_2 :

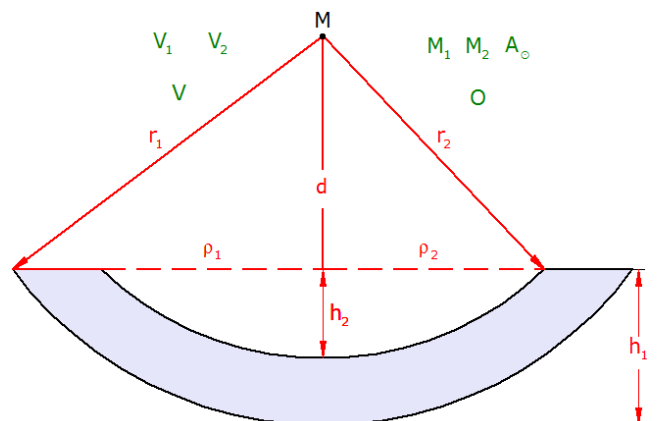
$$V_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h_2^2 (3 \cdot r_2 - h_2)$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 8^2 (3 \cdot 29 - 8)$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 64 (87 - 8)$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 64 \cdot 79$$

$$\underline{V_2 = \frac{5056}{3} \cdot \pi}$$



Lösung 1972 5c:

5. Berechnung des Schalenvolumens V :

$$V = V_1 - V_2$$

$$V = \frac{17836}{3} \cdot \pi - \frac{5056}{3} \cdot \pi$$

$$V = \frac{12780}{3} \cdot \pi$$

$$V = 13383,2 \text{ cm}^3$$

6. Berechnung des Kugelabschnittsmantel M_1 :

$$M_1 = 2 \cdot \pi \cdot r_1 \cdot h_1$$

$$M_1 = 2 \cdot \pi \cdot 35 \cdot 14$$

$$M_1 = 980 \cdot \pi$$

7. Berechnung des Kugelabschnittsmantels M_2 :

$$M_2 = 2 \cdot \pi \cdot r_2 \cdot h_2$$

$$M_2 = 2 \cdot \pi \cdot 29 \cdot 8$$

$$M_2 = 464 \cdot \pi$$

8. Berechnung des Schalenringes $A_{\odot}$:

$$A_{\odot} = \pi \cdot (r_1^2 - r_2^2) \quad \text{Formel Kreisringfläche}$$

$$A_{\odot} = \pi \cdot (28^2 - 20^2)$$

$$A_{\odot} = \pi \cdot (784 - 400)$$

$$A_{\odot} = 384 \cdot \pi$$

9. Berechnung der Schalenoberfläche O :

$$O = M_1 + M_2 + A_{\odot}$$

$$O = 980 \cdot \pi + 464 \cdot \pi + 384 \cdot \pi$$

$$O = 1828 \cdot \pi$$

$$O = 5742,8 \text{ cm}^2$$

