

Aufgabe 1972 4a:

4 P

Das Volumen eines quadratischen Pyramidenstumpfes mit der Höhe $h = 9\text{ cm}$ beträgt $V = 252\text{ cm}^3$. Das Produkt der Maßzahlen aus der Grundkante a und der Deckkante b ist 16. Berechne die Grundkante a und die Deckkante b !

Strategie 1972 4a:

Gegeben:

Quadratischer Pyramidenstumpf

$$h = 9\text{ cm}$$

$$V = 252\text{ cm}^3$$

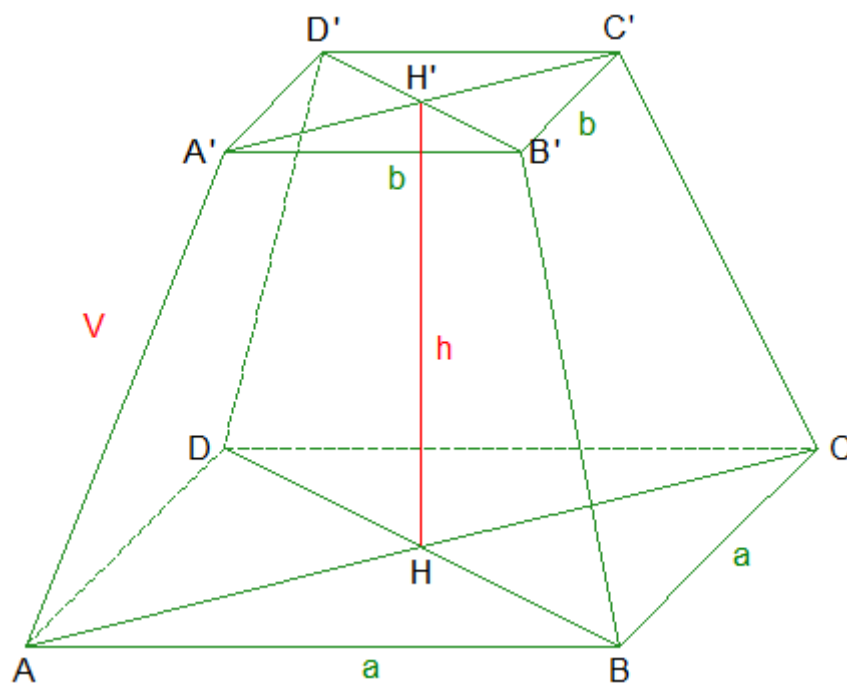
$$a \cdot b = 16$$

Gesucht:

a

b

Skizze:



Lösung 1972 4a:

1. Berechnung der Grundkante a:

$$V = \frac{h}{3}(a_1^2 + a_1 \cdot a_2 + a_2^2)$$

Volumenformel
quadratischer
Pyramidenstumpf

$$252 = \frac{9}{3}(a^2 + a \cdot b + b^2)$$

$$a \cdot b = 16$$

$$252 = 3(a^2 + 16 + b^2)$$

$$a \cdot b = 16 \Rightarrow b = \frac{16}{a}$$

$$252 = 3\left(a^2 + 16 + \left(\frac{16}{a}\right)^2\right) \quad | : 3$$

$$84 = a^2 + 16 + \left(\frac{16}{a}\right)^2$$

$$84 = a^2 + 16 + \frac{256}{a^2} \quad | - 16$$

$$68 = a^2 + \frac{256}{a^2}$$

Seiten tauschen

$$a^2 + \frac{256}{a^2} = 68 \quad | - 68$$

$$a^2 + \frac{256}{a^2} - 68 = 0 \quad | \cdot a^2$$

$$a^4 + 256 - 68a^2 = 0$$

$$a^4 - 68a^2 + 256 = 0$$

$$x^2 - 68x + 256 = 0$$

$$x^2 - 68x + 256 = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

$$p = -68$$

$$q = 256$$

$x = a^2$
Normalform einer
quadratischen
Gleichung

p und q bestimmen

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Lösungsformel

$$x_{1,2} = -\frac{-68}{2} \pm \sqrt{\frac{(-68)^2}{4} - 256}$$

$$x_{1,2} = 34 \pm \sqrt{\frac{4624}{4} - 256}$$

$$x_{1,2} = 34 \pm \sqrt{1156 - 256}$$

$$x_{1,2} = 34 \pm \sqrt{900}$$

$$x_{1,2} = 34 \pm 30$$

$$x_1 = 34 + 30$$

$$x_1 = 64$$

$$x_2 = 34 - 30$$

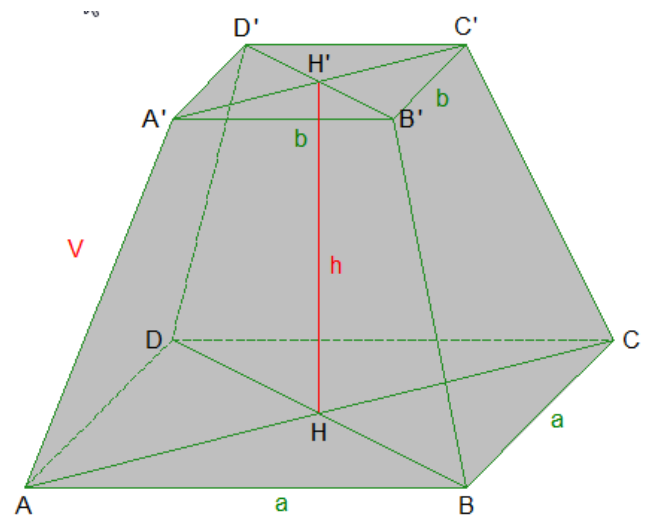
$$x_2 = 4$$

$$a^2 = x$$

$$a_1^2 = 64$$

$$| \sqrt{}$$

$$\underline{\underline{a_1 = 8 \text{ cm}}}$$



Lösung 1972 4a:

$$a_2^2 = 4$$

$$\left| \sqrt{} \right.$$

$$\underline{\underline{a_2 = 2 \text{ cm}}}$$

2. Berechnung der Deckkante b:

$$b_1 \cdot a_1 = 16$$

$$a \cdot b = 16$$

$$b_1 \cdot 8 = 16$$

$$| : 8$$

$$\underline{\underline{b_1 = 2 \text{ cm}}}$$

$$b_2 \cdot a_2 = 16$$

$$b_2 \cdot 2 = 16$$

$$| : 2$$

$$\underline{\underline{b_2 = 8 \text{ cm}}}$$

Antwort: Die Grundkante beträgt 8 cm, die Deckkante beträgt 2 cm.