

Aufgabe 1972 3b:

4 P

Eine arithmetische und eine geometrische Zahlenfolge haben dasselbe Anfangsglied 8 und stimmen auch im zweiten Glied überein. Das dritte Glied der arithmetischen Zahlenfolge verhält sich zum dritten Glied der geometrischen Zahlenfolge wie 3 : 4. Berechne die Summen der ersten 10 Glieder beider Zahlenfolgen!

Lösung 1972 3b:

1. Gegeben:

$$a_1 = 8$$

$$g_1 = 8$$

$$d_1 = 8$$

$$d_2 = -\frac{8}{3}$$

$$q_1 = 2$$

$$q_2 = \frac{2}{3}$$

$$n = 10$$

$$\text{Summe arithmetische Reihe: } s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \quad \begin{array}{l} s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \\ \wedge a_n = a_1 + (n-1)d \end{array}$$

$$\text{Summe geometrische Reihe: } s_n = \frac{g_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

2. Berechnung der Summe der 1. arithmetischen Folge:

$$s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \quad a_1 = 8 \wedge d_1 = 8$$

$$s_{10} = \frac{10}{2}(2 \cdot 8 + (10-1) \cdot 8)$$

$$s_{10} = 5(16 + 9 \cdot 8)$$

$$s_{10} = 5(16 + 72)$$

$$s_{10} = 5 \cdot 88$$

$$\underline{\underline{s_{10} = 440}}$$

Lösung 1972 3b:

3. Berechnung der Summe der 2. arithmetischen Folge:

$$s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \quad a_1 = 8 \wedge d_2 = -\frac{8}{3}$$

$$s_{10} = \frac{10}{2} \left(2 \cdot 8 + (10-1) \left(-\frac{8}{3} \right) \right)$$

$$s_{10} = 5 \left(16 + 9 \cdot \left(-\frac{8}{3} \right) \right)$$

$$s_{10} = 5 \left(16 - \frac{72}{3} \right)$$

$$s_{10} = 5(16 - 24)$$

$$s_{10} = 5 \cdot (-8)$$

$$\underline{\underline{s_{10} = -40}}$$

4. Berechnung der Summe der 1. geometrischen Folge:

$$s_n = \frac{g_1(q^n - 1)}{q - 1} \quad g_1 = 8 \wedge q_1 = 2$$

$$s_{10} = \frac{8(2^{10} - 1)}{2 - 1}$$

$$s_{10} = \frac{8(1024 - 1)}{1}$$

$$s_{10} = 8 \cdot 1023$$

$$\underline{\underline{s_{10} = 8184}}$$

5. Berechnung der Summe der 2. geometrischen Folge:

$$s_n = \frac{g_1(q^n - 1)}{q - 1} \quad g_1 = 8 \wedge q_2 = \frac{2}{3}$$

$$s_{10} = \frac{8 \left(\left(\frac{2}{3} \right)^{10} - 1 \right)}{\frac{2}{3} - 1}$$

$$s_{10} = \frac{8(0,0173415 - 1)}{-\frac{1}{3}}$$

$$\underline{\underline{s_{10} = 23,58}}$$