

Aufgabe 1972 1a:

4 P

In einer arithmetischen Reihe beträgt die Summe der beiden ersten Glieder 8 und die Summe der beiden letzten Glieder 32. Das Anfangsglied ist um 14 kleiner als das Endglied. Wie heißt die Reihe?

Lösung 1972 1a:

1. Berechnung von a_1 :

$$(1) a_1 + a_2 = 8 \quad (1)$$

$$(2) a_n + a_{n-1} = 32 \quad (2)$$

$$(3) a_1 = a_n - 14 \quad (3)$$

$$(1) a_1 + a_1 + d = 8 \quad a_2 = a_1 + d$$

$$(1) 2a_1 + d = 8 \quad | - 2a_1$$

$$(1) \underline{d = 8 - 2a_1} \quad (4)$$

$$(2) a_n + a_{n-1} = 32 \quad a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_{n-1} = a_1 + (n-2)d$$

$$(2) a_1 + (n-1)d + a_1 + (n-2)d = 32$$

$$(2) 2a_1 + (n-1)d + (n-2)d = 32 \quad | - 2a_1$$

$$(2) (n-1)d + (n-2)d = 32 - 2a_1$$

$$(2) d[(n-1) + (n-2)] = 32 - 2a_1$$

$$(2) d[n-1+n-2] = 32 - 2a_1$$

$$(2) d(2n-3) = 32 - 2a_1 \quad | : (2n-3)$$

$$(2) d = \frac{32 - 2a_1}{2n-3} \quad (5)$$

$$(3) a_1 = a_n - 14 \quad a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$(3) a_1 = a_1 + (n-1)d - 14 \quad | + 14$$

$$(3) a_1 + 14 = a_1 + (n-1)d \quad \text{Seiten tauschen}$$

$$(3) a_1 + (n-1)d = a_1 + 14 \quad | - a_1$$

$$(3) (n-1)d = 14 \quad | : (n-1)$$

$$(3) \underline{d = \frac{14}{n-1}} \quad (6)$$

$$(4) = (5) : 8 - 2a_1 = \frac{32 - 2a_1}{2n-3} \quad | \cdot (2n-3)$$

$$(4) = (5) : (8 - 2a_1)(2n-3) = 32 - 2a_1$$

$$(4) = (5) : 16n - 24 - 4a_1n + 6a_1 = 32 - 2a_1 \quad | + 2a_1$$

$$(4) = (5) : 16n - 24 - 4a_1n + 8a_1 = 32 \quad | + 24$$

$$(4) = (5) : \underline{16n - 4a_1n + 8a_1 = 56} \quad (7)$$

$$(4) = (6) : 8 - 2a_1 = \frac{14}{n-1} \quad | \cdot (n-1)$$

$$(4) = (6) : (8 - 2a_1)(n-1) = 14$$

$$(4) = (6) : 8n - 8 - 2a_1n + 2a_1 = 14 \quad | + 8$$

$$(4) = (6) : \underline{8n - 2a_1n + 2a_1 = 22} \quad (8)$$

$$(7) : 16n - 4a_1n + 8a_1 = 56$$

$$(8) : \underline{8n - 2a_1n + 2a_1 = 22} \quad | \cdot (-2)$$

Lösung 1972 1a:

$$\begin{array}{l} (7): 16n - 4a_1n + 8a_1 = 56 \\ (8): -16n + 4a_1n - 4a_1 = -44 \end{array}$$

Additionsverfahren

$$(7) + (8): 4a_1 = 12$$

$$| :4$$

$$\underline{\underline{a_1 = 3}}$$

2. Berechnung von d:

$$(4): d = 8 - 2a_1 \quad a_1 = 3$$

$$(4): d = 8 - 2 \cdot 3$$

$$(4): d = 8 - 6$$

$$\underline{\underline{d = 2}}$$

3. Berechnung von n:

$$(6): d = \frac{14}{n-1} \quad d = 2$$

$$(6): 2 = \frac{14}{n-1} \quad | \cdot (n-1)$$

$$(6): 2(n-1) = 14 \quad | :2$$

$$(6): n-1 = 7 \quad | +1$$

$$\underline{\underline{n = 8}}$$

4. Berechnung der arithmetischen Folge:

$$\underline{\underline{3; 5; 7; 9; 11; 13; 15; 17}}$$