**Aufgabe 1971 6a:** **4 P**

Die untere Grundfläche eines regelmäßigen Pyramidenstumpfes ist ein Sechseck mit der Fläche $G_1 = 60\,cm^2$. Die Deckfläche $G_2$ ist halb so groß wie $G_1$. Die Raumdiagonalen, die mit der Achse einen Punkt gemeinsam haben, sind $d = 11{,}30\,cm$ lang. Berechne das Volumen des Pyramidenstumpfes!

**Lösung 1971 6a:**

**1. Berechnung der Grundkante $a_1$:**

$G_1 = 6 \cdot \frac{a_1^2}{4}\sqrt{3}$ 6 gleichseitige Dreiecke

$60 = 6 \cdot \frac{a_1^2}{4}\sqrt{3}$ Seiten tauschen

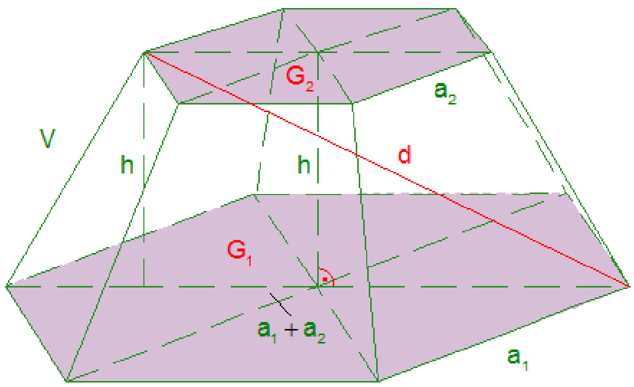
$6 \cdot \frac{a_1^2}{4}\sqrt{3} = 60 \quad |:6$

$\frac{a_1^2}{4}\sqrt{3} = 10 \quad |\cdot 4$

$a_1^2\sqrt{3} = 40 \quad |:\sqrt{3}$

$a_1^2 = 23{,}094 \quad |\sqrt{\phantom{x}}$

$\underline{a_1 = 4{,}806\,cm}$




**2. Berechnung der Deckkante $a_2$:**

$G_2 = 6 \cdot \frac{a_2^2}{4}\sqrt{3}$ 6 gleichseitige Dreiecke

$30 = 6 \cdot \frac{a_2^2}{4}\sqrt{3}$ Seiten tauschen

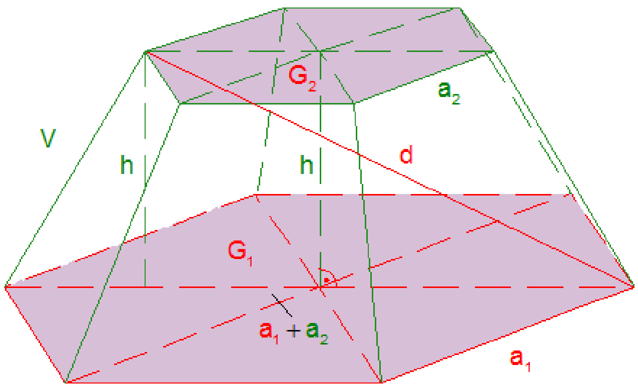
$6 \cdot \frac{a_2^2}{4}\sqrt{3} = 30 \quad |:6$

$\frac{a_2^2}{4}\sqrt{3} = 5 \quad |\cdot 4$

$a_2^2\sqrt{3} = 20 \quad |:\sqrt{3}$

$a_2^2 = 11{,}547 \quad |\sqrt{\phantom{x}}$

$\underline{a_2 = 3{,}398\,cm}$



**Lösung 1971 6a:**

**3. Berechnung der Pyramidenstumpfhöhe $h$:**

$$h^2 + (a_1 + a_2)^2 = d^2$$

Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck

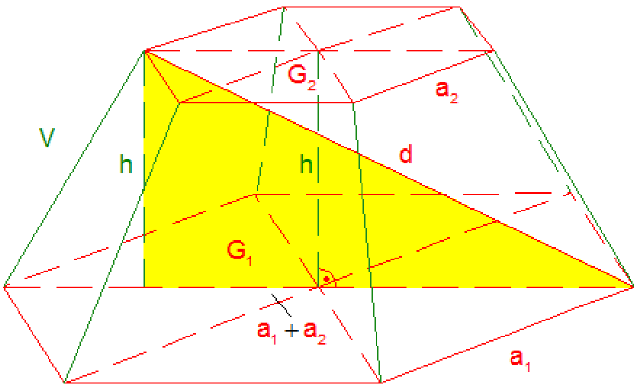
$$h^2 + (4{,}806 + 3{,}398)^2 = 11{,}3^2$$

$$h^2 + 8{,}204^2 = 11{,}3^2$$

$$h^2 + 67{,}3056 = 127{,}69 \qquad \Big| -67{,}3056$$

$$h^2 = 60{,}3844 \qquad \Big| \sqrt{\phantom{x}}$$

$$\underline{h = 7{,}771\,\text{cm}}$$




**4. Berechnung des Pyramidenstumpfvolumens $V$:**

$$V = \frac{1}{3} \cdot h\left(G_1 + \sqrt{G_1 \cdot G_2} + G_2\right)$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 7{,}771\left(60 + \sqrt{60 \cdot 30} + 30\right)$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 7{,}771(60 + 42{,}4264 + 30)$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 7{,}771 \cdot 132{,}42641$$

$$\underline{\underline{V = 343{,}03\,\text{cm}^3}}$$