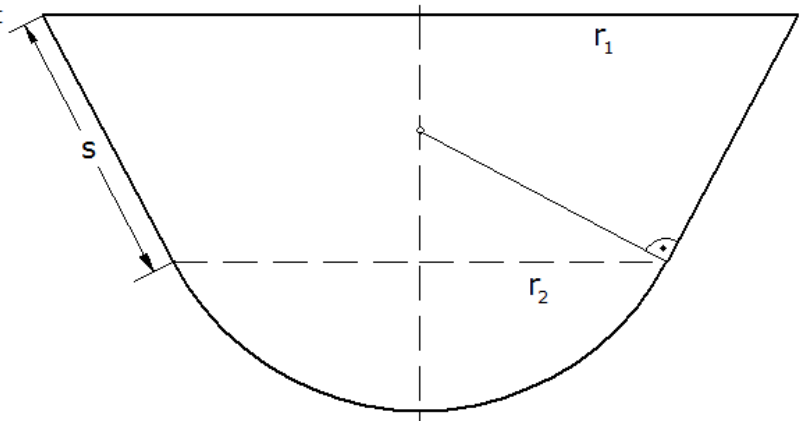


Aufgabe 1971 5a:

4 P

Ein Sudkessel (siehe nebenstehende Skizze) hat die Form eines sich nach unten verengenden Kegelstumpfes mit einem Kugelabschnitt als Boden, der kantenlos in den Mantel des Kegelstumpfes übergeht. Die Maße sind: $r_1 = 23 \text{ cm}$, $r_2 = 15 \text{ cm}$ und $s = 17 \text{ cm}$. Berechne für den Kegelstumpf die Höhe h_1 und für den Kugelabschnitt die Höhe h_2 und den Krümmungsradius r !



Lösung 1971 5a:

1. Berechnung der Kegelstumpfhöhe h_1 :

$$h_1^2 + (r_1 - r_2)^2 = s^2 \quad \text{Pythagoras im rechtwinkligen gelben Teildreieck}$$

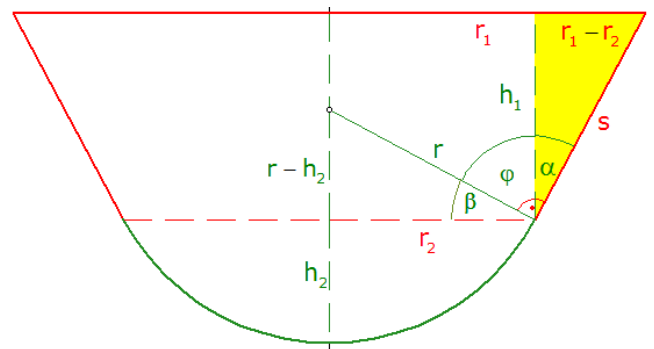
$$h_1^2 + (23 - 15)^2 = 17^2$$

$$h_1^2 + 8^2 = 17^2$$

$$h_1^2 + 64 = 289 \quad | - 64$$

$$h_1^2 = 225 \quad | \sqrt{}$$

$$\underline{h_1 = 15 \text{ cm}}$$



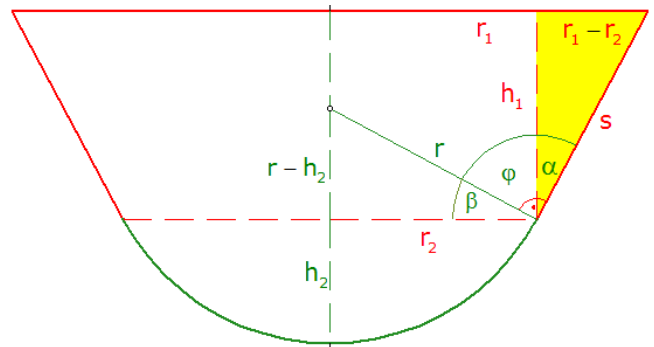
2. Berechnung des Winkels α :

$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{h_1}{s} \quad \text{Kosinusfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck}$$

$$\cos \alpha = \frac{15}{17}$$

$$\cos \alpha = 0,8824$$

$$\underline{\alpha = 28,07^\circ}$$

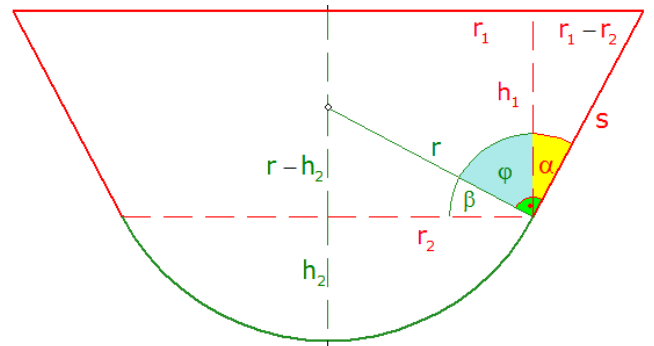


3. Berechnung des Winkels φ :

$$\varphi = 90^\circ - \alpha \quad \text{Winkelsumme}$$

$$\varphi = 90^\circ - 28,07^\circ$$

$$\underline{\varphi = 61,93^\circ}$$



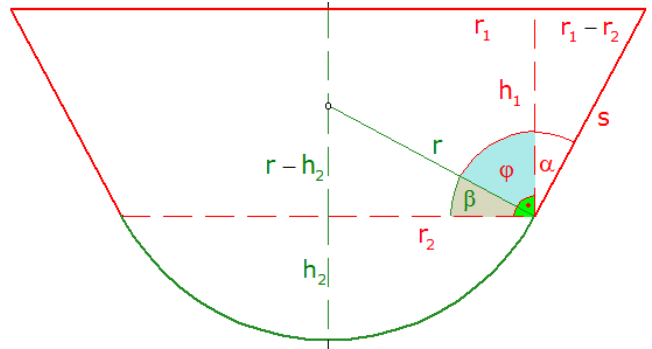
Lösung 1971 5a:

4. Berechnung des Winkels β :

$$\beta = 90^\circ - \varphi \quad \text{Winkelsumme}$$

$$\beta = 90^\circ - 61,93^\circ$$

$$\underline{\underline{\beta = 28,07^\circ}}$$



5. Berechnung des Krümmungsradius r :

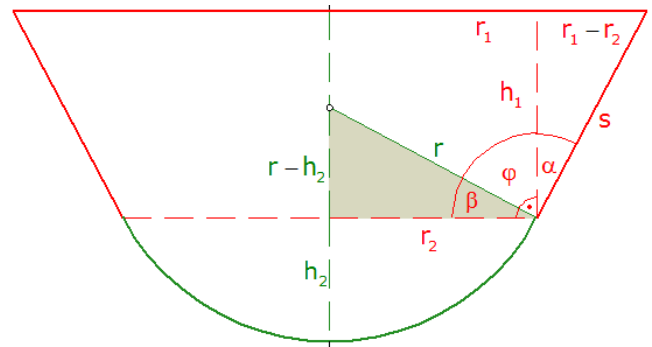
$$\cos \beta = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{r_2}{r} \quad \begin{array}{l} \text{Kosinusfunktion im} \\ \text{rechtwinkligen} \\ \text{hellgrauen} \\ \text{Teildreieck} \end{array}$$

$$\cos 28,07^\circ = \frac{15}{r}$$

$$0,8824 = \frac{15}{r} \quad | \cdot r$$

$$r \cdot 0,8824 = 15 \quad | : 0,8824$$

$$\underline{\underline{r = 17 \text{ cm}}}$$



6. Berechnung der Kugelabschnittshöhe h_2 :

$$(r - h_2)^2 + r_2^2 = r^2 \quad \begin{array}{l} \text{Pythagoras im} \\ \text{rechtwinkligen} \\ \text{hellgrauen} \\ \text{Teildreieck} \end{array}$$

$$(17 - h_2)^2 + 15^2 = 17^2$$

$$17^2 - 2 \cdot 17 \cdot h_2 + h_2^2 + 15^2 = 17^2$$

$$289 - 34 \cdot h_2 + h_2^2 + 225 = 289 \quad | - 289$$

$$-34 \cdot h_2 + h_2^2 + 225 = 0$$

$$h_2^2 - 34h_2 + 225 = 0$$

$$h_2^2 - 34h_2 + 225 = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

$$p = -34$$

$$q = 225$$

Normalform
einer
quadratischen
Gleichung

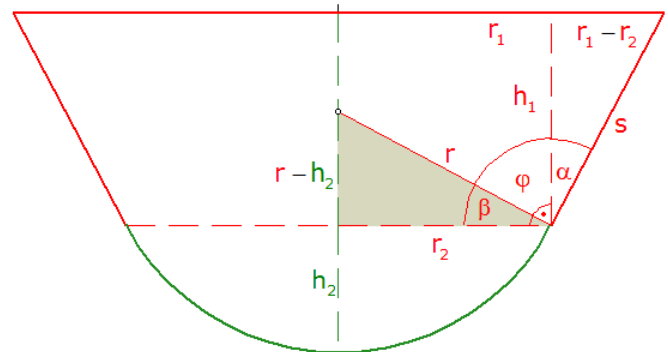
p und q
bestimmen

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Lösungsformel

$$x_{1,2} = -\frac{-34}{2} \pm \sqrt{\frac{(-34)^2}{4} - 225}$$

$$x_{1,2} = 17 \pm \sqrt{\frac{1156}{4} - 225}$$



Lösung 1971 5a:

$$x_{1,2} = 17 \pm \sqrt{289 - 225}$$

$$x_{1,2} = 17 \pm \sqrt{64}$$

$$x_{1,2} = 17 \pm 8$$

$$x_1 = 17 + 8$$

~~$$x_1 = 25$$~~

keine Lösung,
da $r = 17$ cm

$$x_2 = 17 - 8$$

$$\underline{x_2 = 9}$$

$$\underline{\underline{h_2 = 9 \text{ cm}}}$$