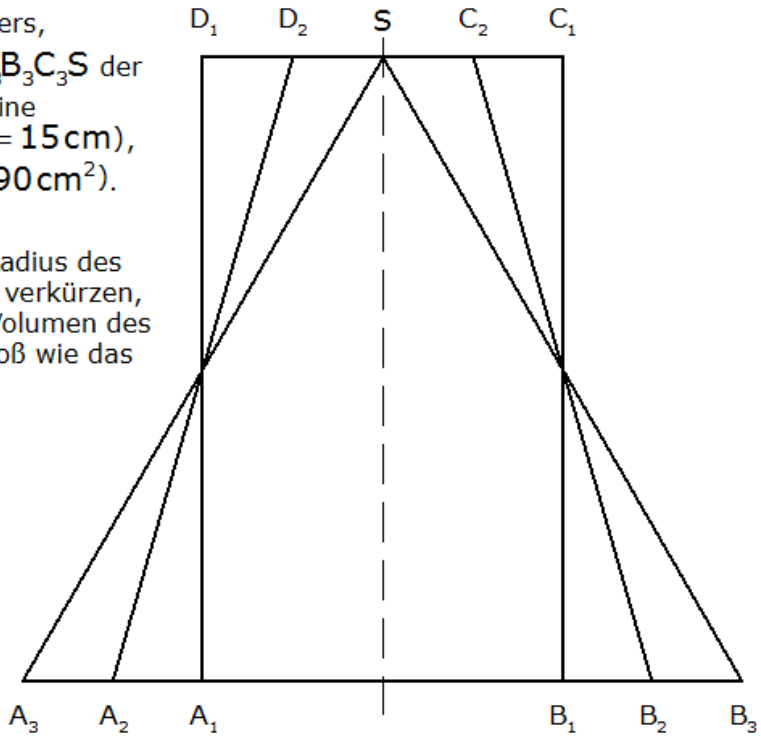
Aufgabe 1971 4b: 4 P

$A_1B_1C_1D_1$ ist der Achsenschnitt eines Zylinders, $A_2B_2C_2D_2$ der eines Kegelstumpfes und $A_3B_3C_3S$ der eines Kegels. Diese drei Drehkörper haben eine gemeinsame Achse und sind gleich hoch ($h = 15\,cm$), ihre Achsenschnitte sind flächengleich ($F = 90\,cm^2$).
Ferner gilt: $\overline{A_1A_2} = a = \overline{A_2A_3}$.
Um welche Größe e muß man den unteren Radius des Zylinders verlängern und den oberen Radius verkürzen, daß bei flächengleichem Achsenschnitt das Volumen des entstehenden Kegelstumpfes 1,25 mal so groß wie das Volumen des Zylinders wird?



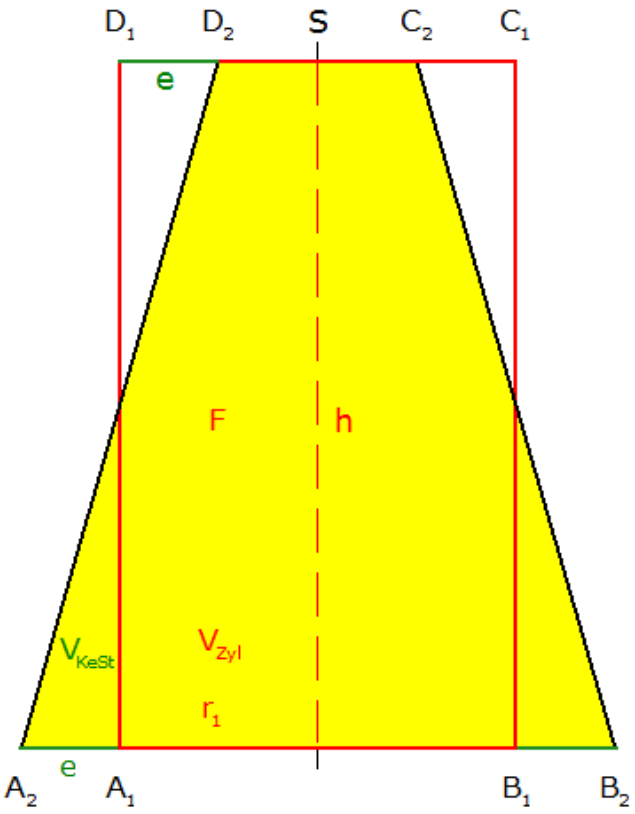
Lösung 1971 4b:

1. Berechnung des Kegelstumpfvolumens V_{KeSt}:

$$V_{KeSt} = 1,25 \cdot V_{Zyl}$$

$$V_{KeSt} = 1,25 \cdot 135\pi$$

$$V_{KeSt} = 168,75\pi\,cm^3$$



Lösung 1971 4b:

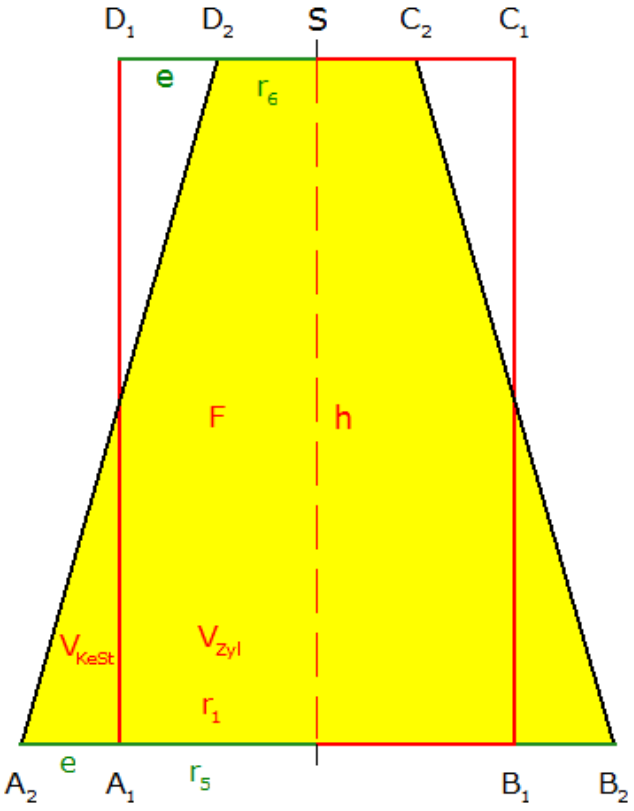
2. Berechnung der Kegelstumpfradien r_5 und r_6:

$r_5 = r_1 + e$

$r_5 = 3 + e$

$r_6 = r_1 - e$

$r_6 = 3 - e$



3. Berechnung von e:

$V_{KeSt} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h\left(r_5^2 + r_5 \cdot r_6 + r_6^2\right)$ Formel Kegelstumpfvolumen

$168,75\pi = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 15\left((3+e)^2 + (3+e)\cdot(3-e) + (3-e)^2\right)$

$168,75\pi = 5\pi\left((3+e)^2 + (3+e)\cdot(3-e) + (3-e)^2\right)$

$33,75 = (3+e)^2 + (3+e)\cdot(3-e) + (3-e)^2$ Seiten tauschen

$(3+e)^2 + (3+e)\cdot(3-e) + (3-e)^2 = 33,75$

$9 + 6e + e^2 + 9 - e^2 + 9 - 6e + e^2 = 33,75$

$e^2 + 27 = 33,75 \quad | -27$

$e^2 = 6,75 \quad | \sqrt{\ }$

$e = 2,60\,cm$