

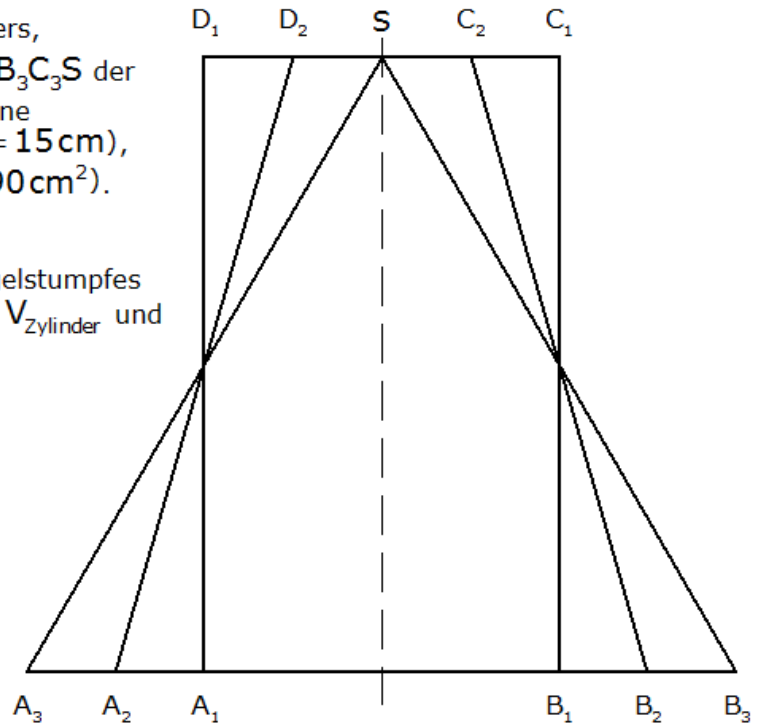
Aufgabe 1971 4a:

4 P

$A_1B_1C_1D_1$ ist der Achsenschnitt eines Zylinders,
 $A_2B_2C_2D_2$ der eines Kegelstumpfes und $A_3B_3C_3S$ der
eines Kegels. Diese drei Drehkörper haben eine
gemeinsame Achse und sind gleich hoch ($h = 15\text{ cm}$),
ihre Achsenschnitte sind flächengleich ($F = 90\text{ cm}^2$).

Ferner gilt: $\overline{A_1A_2} = a = \overline{A_2A_3}$.

Berechne die Rauminhalte des Zylinders, Kegelstumpfes
und Kegels und die Verhältnisse $V_{\text{Kegelstumpf}} : V_{\text{Zylinder}}$ und
 $V_{\text{Kegel}} : V_{\text{Zylinder}}$!



Lösung 1971 4a:

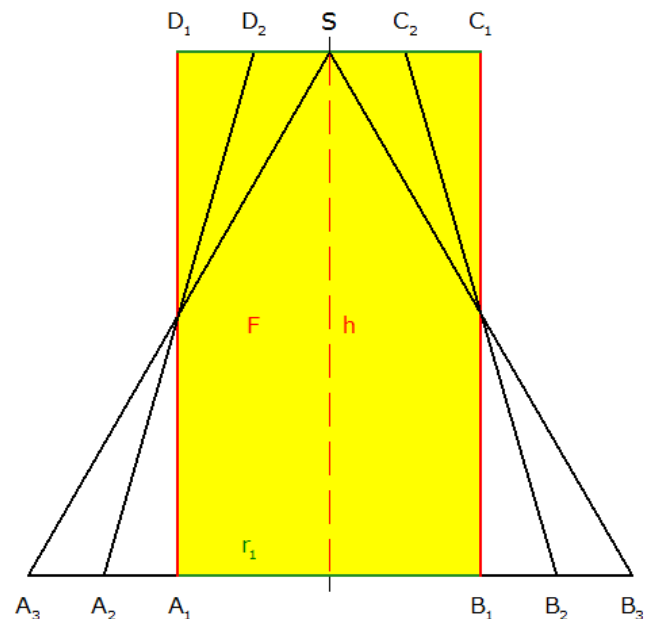
1. Berechnung des Zylinderradius r_1 :

$$2 \cdot r_1 \cdot h = F \quad \text{Formel Zylinderschnittfläche}$$

$$2 \cdot r_1 \cdot 15 = 90$$

$$30 \cdot r_1 = 90 \quad | : 30$$

$$\underline{r_1 = 3\text{ cm}}$$



Lösung 1971 4a:

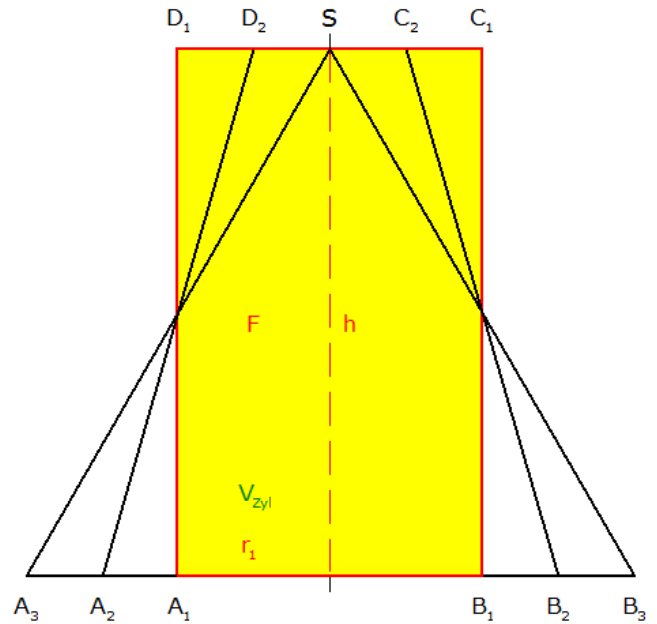
2. Berechnung des Zylindervolumen V_{Zyl} :

$$V_{\text{Zyl}} = \pi \cdot r_1^2 \cdot h$$

$$V_{\text{Zyl}} = \pi \cdot 3^2 \cdot 15$$

$$V_{\text{Zyl}} = \pi \cdot 9 \cdot 15$$

$$\underline{\underline{V_{\text{Zyl}} = 135\pi \text{ cm}^3}}$$



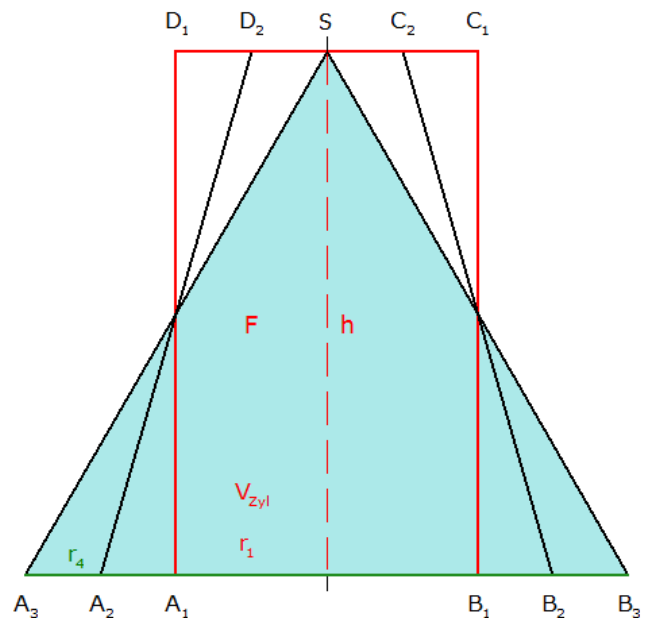
3. Berechnung des Kegelradius r_4 :

$$\frac{2 \cdot r_4 \cdot h}{2} = F \quad \text{Formel Kegelschnittfläche}$$

$$\frac{2 \cdot r_4 \cdot 15}{2} = 90$$

$$r_4 \cdot 15 = 90 \quad | : 15$$

$$\underline{\underline{r_4 = 6 \text{ cm}}}$$



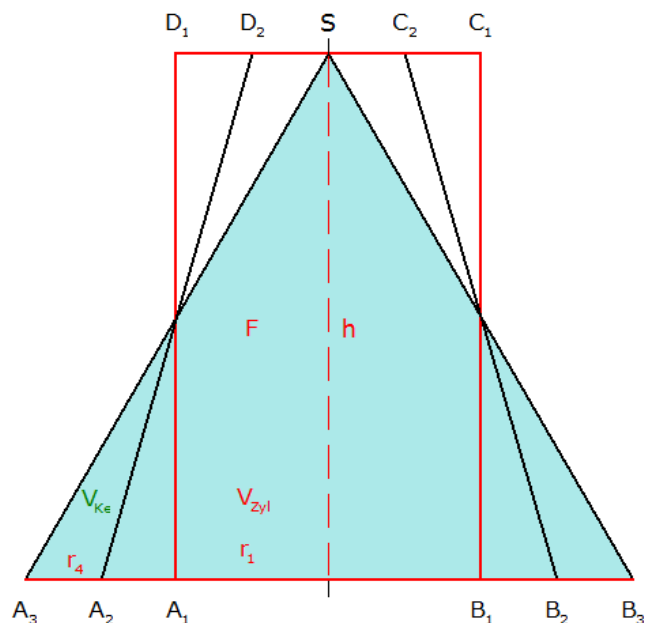
4. Berechnung des Kegelvolumens V_{Ke} :

$$V_{\text{Ke}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_4^2 \cdot h$$

$$V_{\text{Ke}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 15$$

$$V_{\text{Ke}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 36 \cdot 15$$

$$\underline{\underline{V_{\text{Ke}} = 180\pi \text{ cm}^3}}$$



Lösung 1971 4a:

5. Berechnung der Kegelstumpfradien r_2 und r_3 :

$$r_1 + 2 \cdot a = r_4$$

$$3 + 2 \cdot a = 6 \quad | - 3$$

$$2 \cdot a = 3 \quad | : 2$$

$$a = 1,5 \text{ cm}$$

$$r_2 = r_1 + a$$

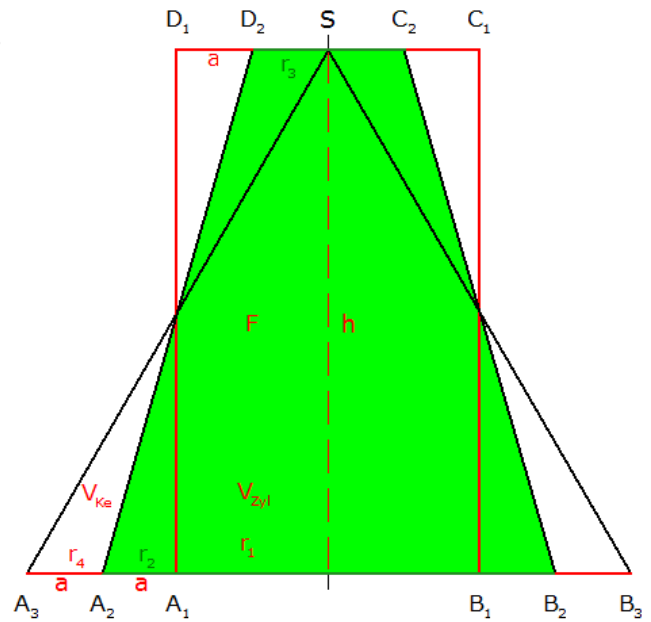
$$r_2 = 3 + 1,5$$

$$r_2 = 4,5 \text{ cm}$$

$$r_3 = r_1 - a$$

$$r_3 = 3 - 1,5$$

$$r_3 = 1,5 \text{ cm}$$



6. Berechnung des Kegelstumpfvolumens V_{KeSt} :

$$V_{KeSt} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h (r_2^2 + r_2 \cdot r_3 + r_3^2)$$

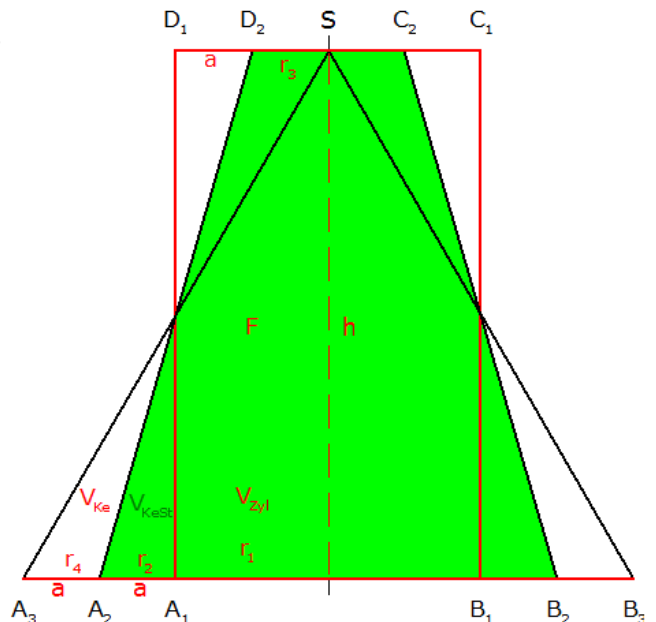
$$V_{KeSt} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 15 (4,5^2 + 4,5 \cdot 1,5 + 1,5^2)$$

$$V_{KeSt} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 15 (20,25 + 6,75 + 2,25)$$

$$V_{KeSt} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 15 \cdot 29,25$$

$$V_{KeSt} = \pi \cdot 5 \cdot 29,25$$

$$V_{KeSt} = 146,25\pi \text{ cm}^3$$



7. Berechnung des Verhältnisses $V_{KeSt} : V_{Zyl}$:

$$V_{KeSt} : V_{Zyl} = 146,25\pi : 135\pi$$

$$V_{KeSt} : V_{Zyl} = 146,25 : 135$$

$$V_{KeSt} : V_{Zyl} = 13 \cdot 11,25 : 12 \cdot 11,25$$

$$V_{KeSt} : V_{Zyl} = 13 : 12$$

Lösung 1971 4a:

8. Berechnung des Verhältnisses $V_{\text{Ke}} : V_{\text{Zyl}}$:

$$V_{\text{Ke}} : V_{\text{Zyl}} = 180\pi : 135\pi$$

$$V_{\text{Ke}} : V_{\text{Zyl}} = 180 : 135$$

$$V_{\text{Ke}} : V_{\text{Zyl}} = 4 \cdot 45 : 3 \cdot 45$$

$$\underline{\underline{V_{\text{Ke}} : V_{\text{Zyl}} = 4 : 3}}$$