

## Aufgabe 1971 3a:

4 P

Eine arithmetische Zahlenfolge besteht aus den drei Gliedern  $a_1, 53, a_3$ ; eine geometrische Zahlenfolge aus den drei Gliedern  $g_1, 45, g_3$ . Anfangsglieder und Endglieder beider Zahlenfolgen sind gleich. Wie heißen die Zahlenfolgen??

## Lösung 1971 3a:

### 1. Berechnung von $a_3 = g_3$ :

$$(1) : \frac{a_1 + a_3}{2} = a_2$$

arithmetisches Mittel

$$(2) : \sqrt{g_1 \cdot g_3} = g_2$$

geometrisches Mittel

$$(1) : \frac{a_1 + a_3}{2} = 53$$

$|\cdot 2$

$$(1) : a_1 + a_3 = 106$$

$$(2) : \sqrt{g_1 \cdot g_3} = 45$$

quadrieren

$$(2) : g_1 \cdot g_3 = 2025$$

$$a_1 = g_1 \wedge a_3 = g_3$$

$$(2) : a_1 \cdot a_3 = 2025$$

$$(1) : a_1 + a_3 = 106$$

$|- a_3$

$$(1) : a_1 = 106 - a_3$$

$$(2) : a_1 \cdot a_3 = 2025$$

(1) in (2) einsetzen

$$(3) : (106 - a_3) \cdot a_3 = 2025$$

Summe  
ausmultiplizieren

$$106a_3 - a_3^2 = 2025$$

$|\cdot (-1)$

$$a_3^2 - 106a_3 = -2025$$

$|\cdot + 2025$

$$a_3^2 - 106a_3 + 2025 = 0$$

Normalform einer  
quadratischen  
Gleichung

$$a_3^2 - 106a_3 + 2025 = 0$$

$$x^2 + px + q = 0$$

$$p = -106$$

$$q = 2025$$

p und q bestimmen

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Lösungsformel

$$x_{1,2} = -\frac{-106}{2} \pm \sqrt{\frac{(-106)^2}{4} - 2025}$$

$$x_{1,2} = 53 \pm \sqrt{\frac{11236}{4} - 2025}$$

$$x_{1,2} = 53 \pm \sqrt{2809 - 2025}$$

$$x_{1,2} = 53 \pm \sqrt{784}$$

$$x_{1,2} = 53 \pm 28$$

$$x_1 = 53 + 28$$

$$\underline{x_1 = 81}$$

**Lösung 1971 3a:**

$$x_2 = 53 - 28$$

$$\underline{x_2 = 25}$$

$$\underline{\underline{a_{3_1} = g_{3_1} = 81}}$$

$$\underline{\underline{a_{3_2} = g_{3_2} = 25}}$$

**2. Erstellung der Zahlenfolgen:**

$\{25, 53, 81\}$  Steigende arithmetische Zahlenfolge

$\{25, 45, 81\}$  Steigende geometrische Zahlenfolge

$\{81, 53, 25\}$  Fallende arithmetische Zahlenfolge

$\{81, 45, 25\}$  Fallende geometrische Zahlenfolge